

Macroeconomia II

Models Reals del Cicle Econòmic (II)

Jordi Galí

Universitat Pompeu Fabra
Hivern 2011

Un Model Real de Cicles Econòmics amb Capital Consumidors

- Preferències

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t)$$

on $\beta \in [0, 1]$, $U_c > 0$, $U_n < 0$, $U_{cc} \leq 0$, i $U_{nn} \leq 0$

- Restricció pressupostària i equació d'acumulació de capital

$$C_t + I_t + Q_t B_t = W_t N_t + R_t^k K_t + B_{t-1} + D_t$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

- Condicions d'optimalitat

- *intratemporal*

$$U_{n,t} + W_t U_{c,t} = 0$$

- *intertemporals*

$$U_{c,t} = \beta R_t E_t \{ U_{c,t+1} \}$$

$$U_{c,t} = \beta E_t \{ U_{c,t+1} (1 - \delta + R_{t+1}^k) \}$$

Exemple:

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$$

Condicions d'optimalitat:

$$W_t = C_t^\sigma N_t^\varphi$$

$$1 = \beta R_t E_t \{ (C_{t+1}/C_t)^{-\sigma} \}$$

$$1 = \beta E_t \{ (C_{t+1}/C_t)^{-\sigma} (1 - \delta + R_{t+1}^k) \}$$

Empreses

- Funció de producció

$$Y_t = A_t F(K_t, N_t) \quad (1)$$

on $F_k > 0$, $F_n > 0$, $F_{kk} \leq 0$, $F_{nn} \leq 0$, i F és homogènia de grau 1.

Definint $a_t \equiv \log A_t$, suposem

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a$$

on $\rho_a \in [0, 1)$, i $\{\varepsilon_t^a\}$ és un procés de soroll blanc $(0, \sigma_a^2)$.

- Problema de l'empresa

$$\max Y_t - W_t N_t - R_t^k K_t$$

subjecte a (1).

- Condicions d'optimalitat

$$W_t = A_t F_n(K_t, N_t)$$

$$R_t^k = A_t F_k(K_t, N_t)$$

Exemple (Cobb-Douglas)

$$F(K_t, N_t) \equiv K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$$

Condicions d'optimalitat

$$R_t^k = \alpha A_t (K_t/N_t)^{-(1-\alpha)}$$

$$W_t = (1 - \alpha) A_t (K_t/N_t)^\alpha$$

Equilibri

- Mercat de béns

$$Y_t = C_t + I_t$$

combinant amb equació d'acumulació de capital i funció de producció:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + A_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} - C_t \quad (2)$$

- Mercat de treball

$$C_t^\sigma N_t^\varphi = (1 - \alpha)A_t (K_t/N_t)^\alpha \quad (3)$$

- Mercat d'actius

$$1 = \beta E_t \left\{ (C_{t+1}/C_t)^{-\sigma} (1 - \delta + \alpha A_{t+1} (K_{t+1}/N_{t+1})^{-(1-\alpha)}) \right\} \quad (4)$$

$$1 = \beta R_t E_t \left\{ (C_{t+1}/C_t)^{-\sigma} \right\} \quad (5)$$

Estat Estacionari

Definició: assignació amb $A_t = A$, $C_t = C$, $K_t = K$, $N_t = N, \dots$

Avaluant (4) a l'estat estacionari:

$$(K/N)^{(1-\alpha)} = \frac{\alpha\beta A}{1 - (1 - \delta)\beta} \quad (6)$$

Observació: permet determinar productivitat del treball, donat que $Y/N = A(K/N)^\alpha$

Avaluant (2) a l'estat estacionari (i dividint per N),

$$C/N = A(K/N)^\alpha - \delta(K/N) \quad (7)$$

Avaluant (3) a l'estat estacionari:

$$N^{\sigma+\varphi} = (1 - \alpha)(C/N)^{-\sigma} A(K/N)^\alpha$$

Observació: donat N podem determinar C , K , Y, \dots

Exercici: derivar N en funció de paràmetres exògens.

Exercici: condicions per a una trajectòria de creixement equilibrada.

Un Exemple amb Solució Exacta (Long and Plosser, JPE 1983)

- Depreciació completa ($\delta = 1$) + utilitat logarítmica ($\sigma = 1$).
- Condicions d'equilibri

$$(1 - \alpha)(Y_t/N_t) = C_t N_t^\varphi$$
$$1 = \alpha\beta E_t \left\{ (C_t/C_{t+1}) (Y_{t+1}/K_{t+1}) \right\}$$
$$K_{t+1} + C_t = Y_t$$

- Conjectura:

$$K_{t+1} = \lambda Y_t$$
$$C_t = (1 - \lambda)Y_t$$

Implicacions

$$\lambda = \alpha\beta$$
$$N_t = [(1 - \alpha)(Y_t/C_t)]^{\frac{1}{1+\varphi}} = \left[\frac{1 - \alpha}{1 - \alpha\beta} \right]^{\frac{1}{1+\varphi}} \equiv N$$

Comportament dinàmic del capital

$$\begin{aligned}k_t &= \log \lambda + y_{t-1} \\ &= \log \lambda + (1 - \alpha)n + \alpha k_{t-1} + a_{t-1}\end{aligned}$$

En desviacions respecte a l'estat estacionari:

$$\hat{k}_t = \alpha \hat{k}_{t-1} + a_{t-1}$$

Evolució del producte i el consum:

$$\begin{aligned}\hat{y}_t &= \alpha \hat{k}_t + a_t \\ &= \alpha \hat{y}_{t-1} + a_t + \text{const.} \\ \hat{c}_t &= \alpha \hat{c}_{t-1} + a_t + \text{const.}\end{aligned}$$

Discussió:

- persistència "intrínscica"
- limitacions: ocupació constant, volatilitat uniforme,...

Cas General: Log-linealització de les Condicions d'Equilibri

- Mercat de béns

$$\alpha\beta\widehat{k}_{t+1} = \alpha\widehat{k}_t + (1 - (1 - \delta)\beta)((1 - \alpha)\widehat{n}_t + a_t) - (1 - \beta + \beta\delta(1 - \alpha))\widehat{c}_t \quad (8)$$

- Mercat de treball

$$\sigma\widehat{c}_t + (\alpha + \varphi)\widehat{n}_t = a_t + \alpha\widehat{k}_t \quad (9)$$

- Mercat d'actius (capital)

$$\sigma\widehat{c}_t = \sigma E_t\{\widehat{c}_{t+1}\} + (1 - (1 - \delta)\beta) \left((1 - \alpha)(\widehat{k}_{t+1} - E_t\{\widehat{n}_{t+1}\}) - \rho_a a_t \right) \quad (10)$$

De forma compacta:

$$\begin{bmatrix} \widehat{c}_t \\ \widehat{n}_t \\ \widehat{k}_t \end{bmatrix} = \widetilde{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} E_t\{\widehat{c}_{t+1}\} \\ E_t\{\widehat{n}_{t+1}\} \\ \widehat{k}_{t+1} \end{bmatrix} + \widetilde{\mathbf{B}} a_t$$

Calibració

$$[\beta]: \quad \beta R = 1$$

rendibilitat mitjana S&P500 = 6.5% $\implies \beta = (1+(0.065/4))^{-1} \simeq 0.985$

$$[\delta]: \quad 0.10/4 = 0.025.$$

$$[\alpha]: \quad W = (1 - \alpha) (Y/N) \implies \alpha = 1 - S_{n,t} \text{ on } S_{n,t} \equiv \frac{W_t N_t}{Y_t} \simeq 2/3 \\ \implies \alpha = 1/3$$

$$[\sigma]: \quad (1 - \alpha) \frac{Y_t}{N_t} = C_t^\sigma N_t^\varphi \dots \implies \text{creixement equilibrat requereix } \sigma = 1$$

$$[\varphi]: \quad w_t = \sigma c_t + \varphi n_t \dots \implies \dots n_t = \varphi^{-1} w_t - \sigma \varphi^{-1} c_t \\ \implies \varphi^{-1} : \text{elasticitat-salari de l'oferta de treball } \simeq 4 \text{ (controvertit)}$$

Especificació King-Rebelo: $U(C, L) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \theta \frac{L_t^{1-\eta}}{1-\eta}$ amb restricció $N_t + L_t = 1$ Elasticitat = $\frac{L}{\eta N} = \frac{0.8}{(1)(0.2)} = 4$

$$[\rho_a, \sigma_a^2]: \quad a_t = y_t - \alpha k_t - (1 - \alpha) n_t$$

Estimació AR(1) del component cíclic: $\rho_a = 0.979, \sigma_a^2 = (0.007)^2$

Prediccions Quantitatives (KR Taula 3)

- Volatilitat:

- el model explica el 70 percent de la variància del producte
- explica bé volatilitats relatives del consum, inversió i producte
- consum i hores massa poc volàtils en relació al producte

- Persistència:

- explica bé l'autocorrelació positiva (una mica baixa)

- Comportament cíclic

- correlació positiva de consum, inversió i hores amb producte
- principal limitació: salari real i tipus d'interès massa procíclics

- Simulacions (KR Figura 7)

- correlació producte simulat amb real $\simeq 0.8$
- correlació més baixa variables mercat treball

Table 3
Business Cycle Statistics for Basic RBC Model³⁵

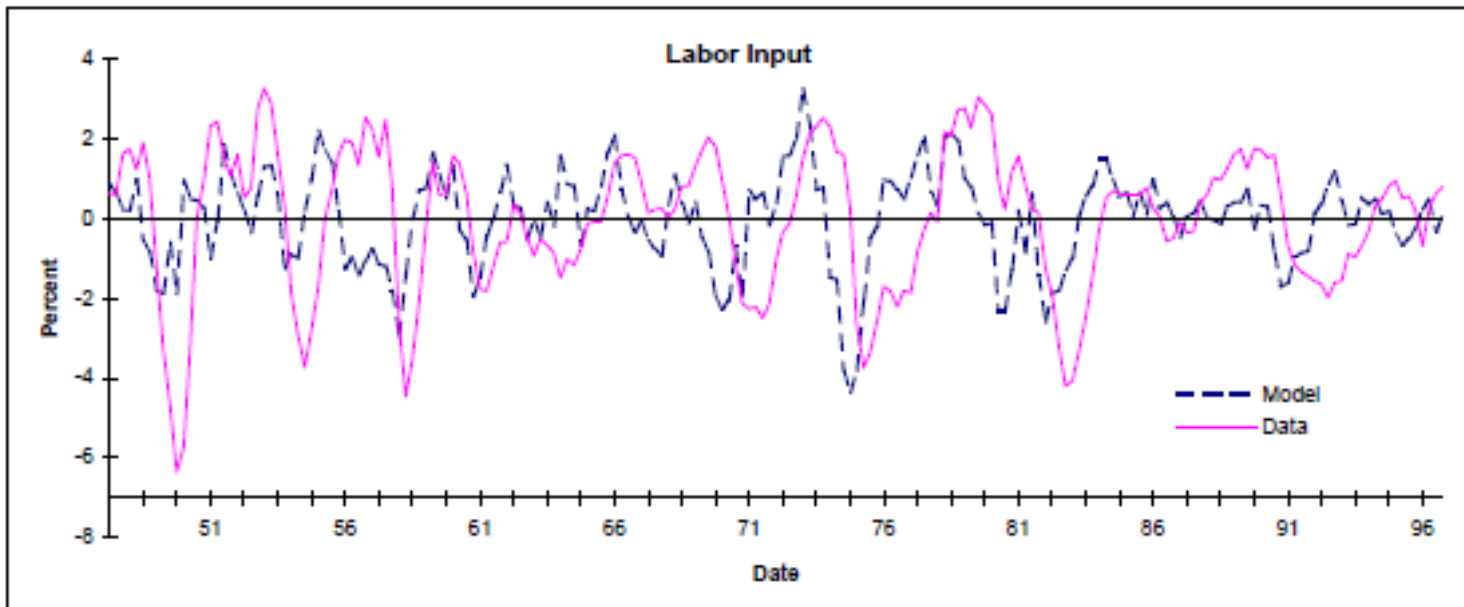
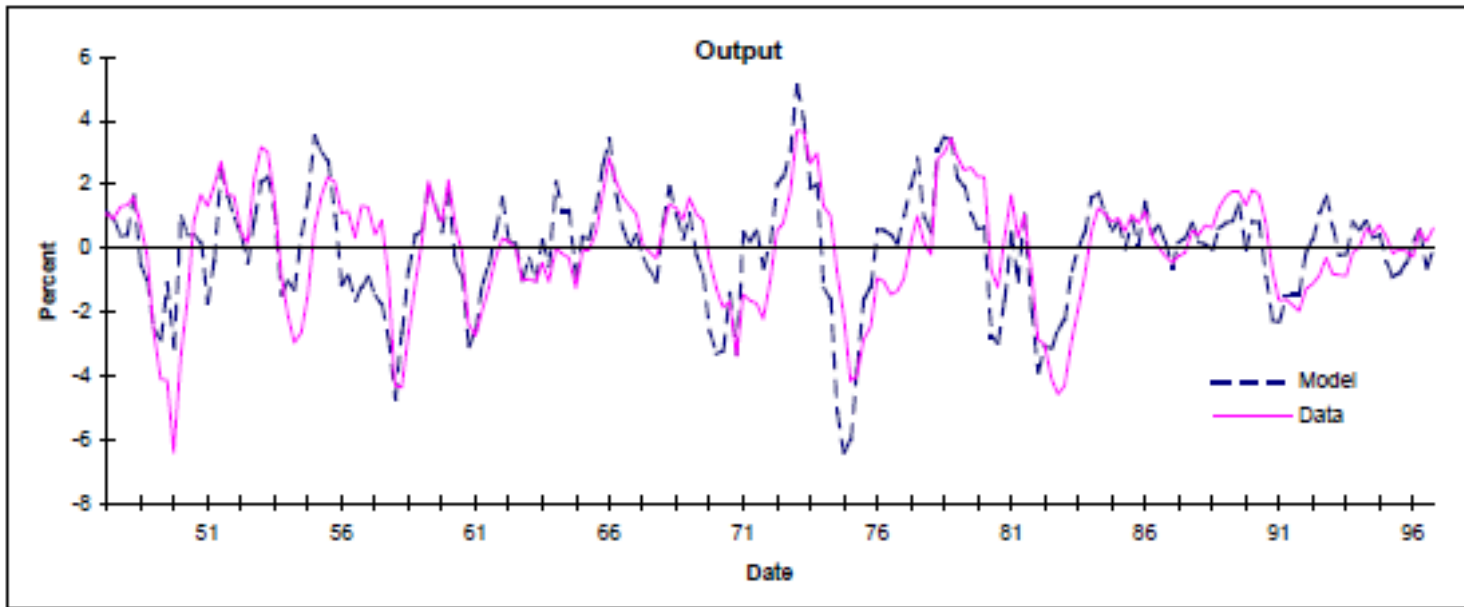
	Standard Deviation	Relative Standard Deviation	First Order Auto-correlation	Contemporaneous Correlation with Output
Y	1.39	1.00	0.72	1.00
C	0.61	0.44	0.79	0.94
I	4.09	2.95	0.71	0.99
N	0.67	0.48	0.71	0.97
Y/N	0.75	0.54	0.76	0.98
w	0.75	0.54	0.76	0.98
r	0.05	0.04	0.71	0.95
A	0.94	0.68	0.72	1.00

Note: All variables have been logged (with the exception of the real interest rate) and detrended with the HP filter.

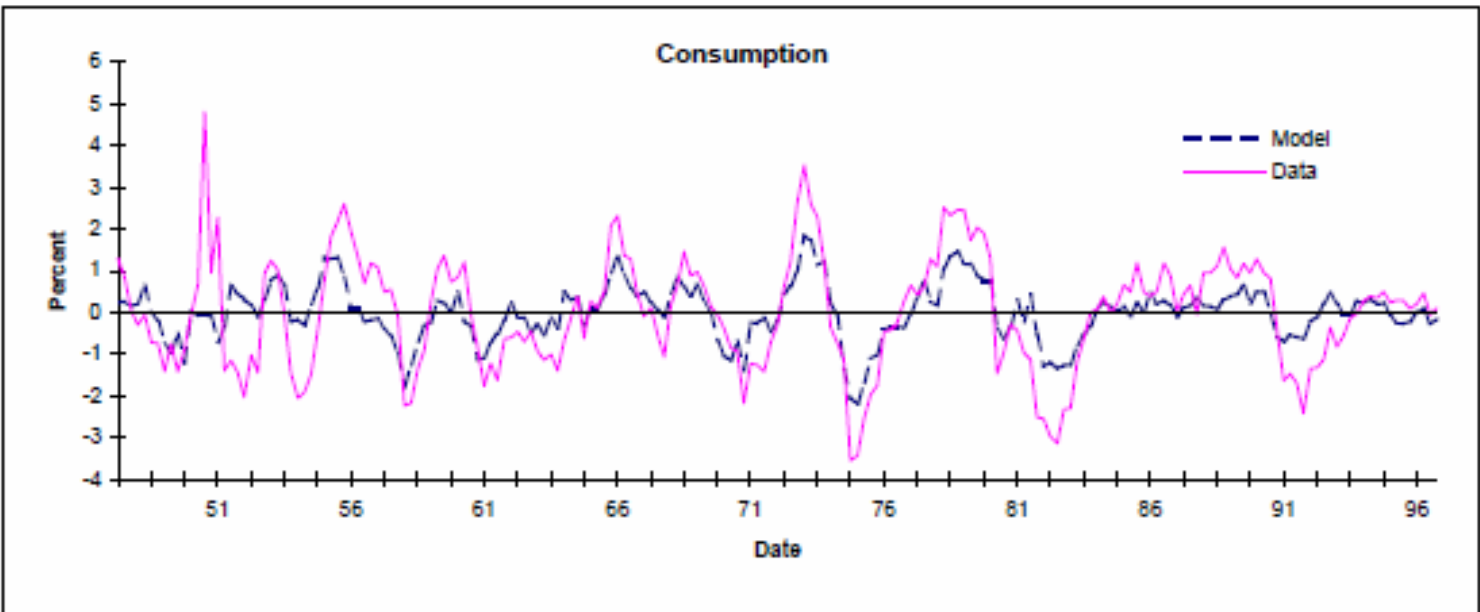
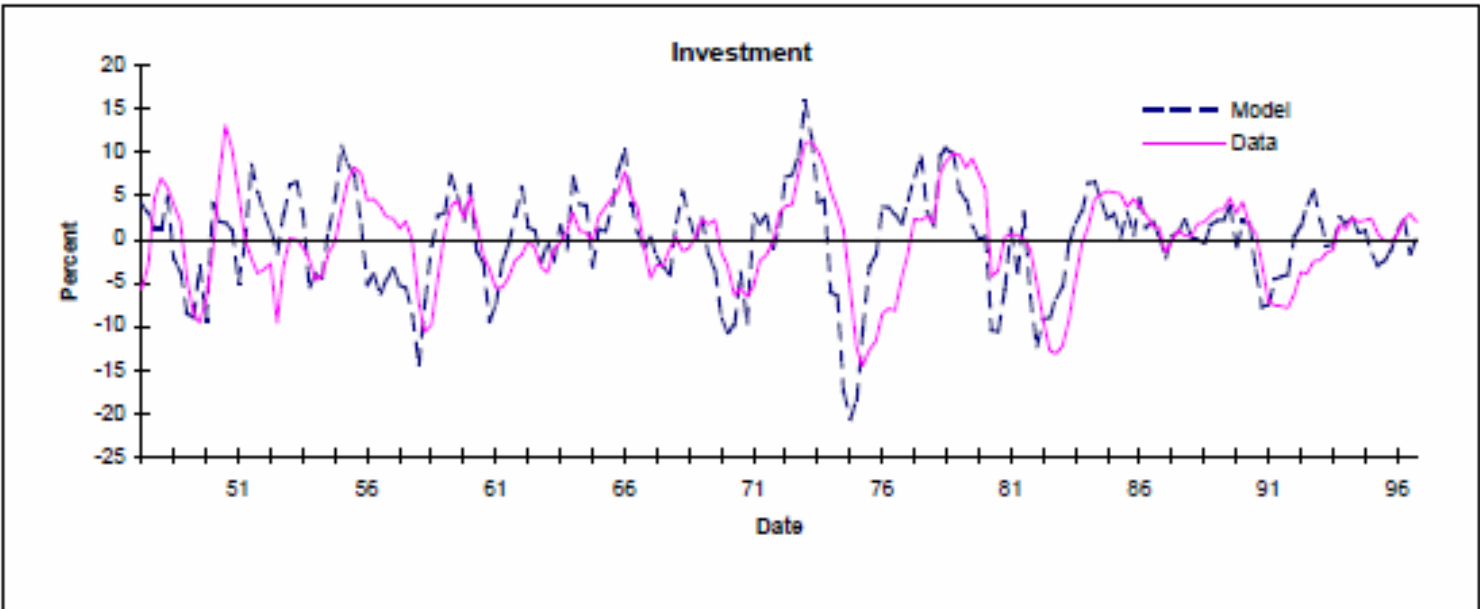
Table 1
Business Cycle Statistics for the U.S. Economy

	Standard Deviation	Relative Standard Deviation	First Order Auto-correlation	Contemporaneous Correlation with Output
Y	1.81	1.00	0.84	1.00
C	1.35	0.74	0.80	0.88
I	5.30	2.93	0.87	0.80
N	1.79	0.99	0.88	0.88
Y/N	1.02	0.56	0.74	0.55
w	0.68	0.38	0.66	0.12
r	0.30	0.16	0.60	-0.35
A	0.98	0.54	0.74	0.78

Source: King and Rebelo (1999)



Source: King and Rebelo (1999)



Importància dels Resultats

- paper dels xocs tecnològics: fi de la visió dicotòmica creixement vs. fluctuacions
- les fluctuacions observades no són necessàriament ineficients: l'equilibri del model de cicles econòmics reals correspon a la solució del problema d'un planificador social

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t)$$

subjecte a

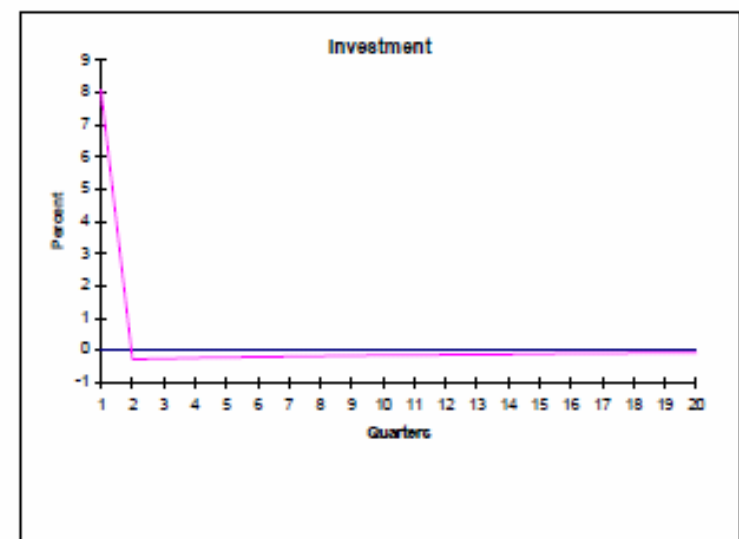
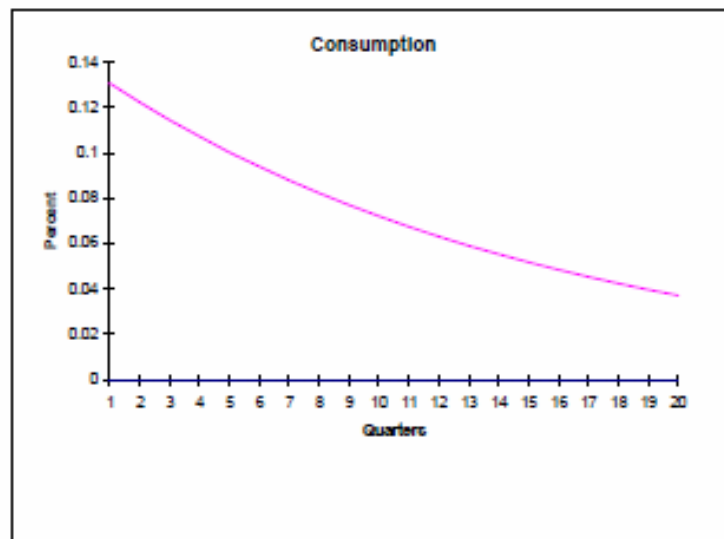
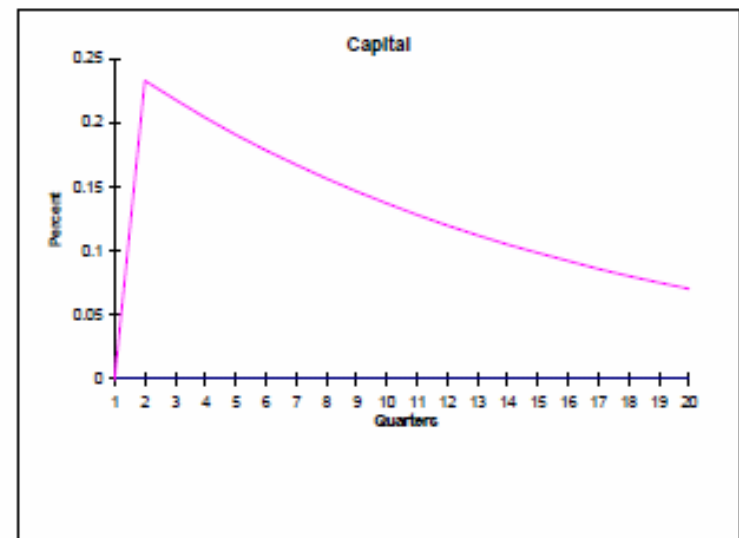
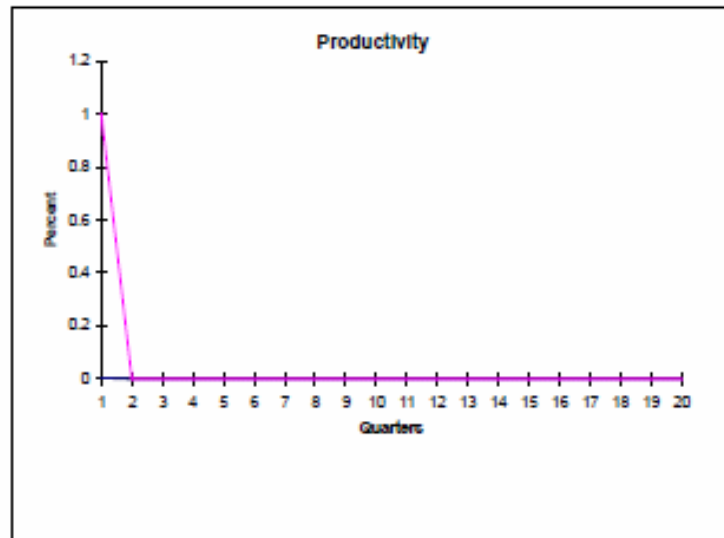
$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + A_t F(K_t, N_t) - C_t$$

Exercici: obtenir condicions d'optimalitat i comparar amb condicions d'equilibri.

Efectes dels Xocs Tecnològics

- paper de l'acumulació de capital: efecte de substitució intertemporal
- resposta a un xoc transitori (KR, Fig 9)
 - resposta "allisada" del consum ("smoothing") \implies augment de la inversió
 - després d'un període: "consum" gradual de l'estoc de capital, via consum i lleure
 - persistència intrínscica limitada
- resposta a xocs més persistent (KR, Fig 10):
 - efecte inicial dominant: desplaçament més persistent de la demanda de treball
 - després: retorn de l'estoc de capital a l'estat estacionari.

Figure 9:
Impulse Responses to a Purely Transitory Shock



Source: King and Rebelo (1999)

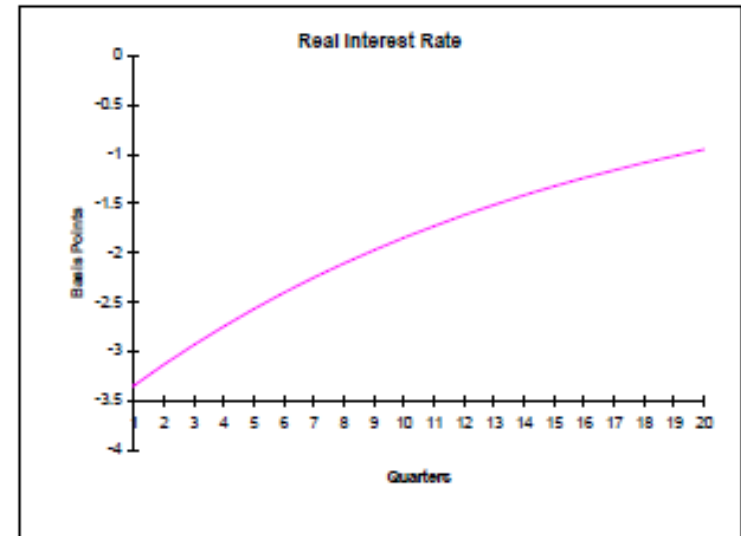
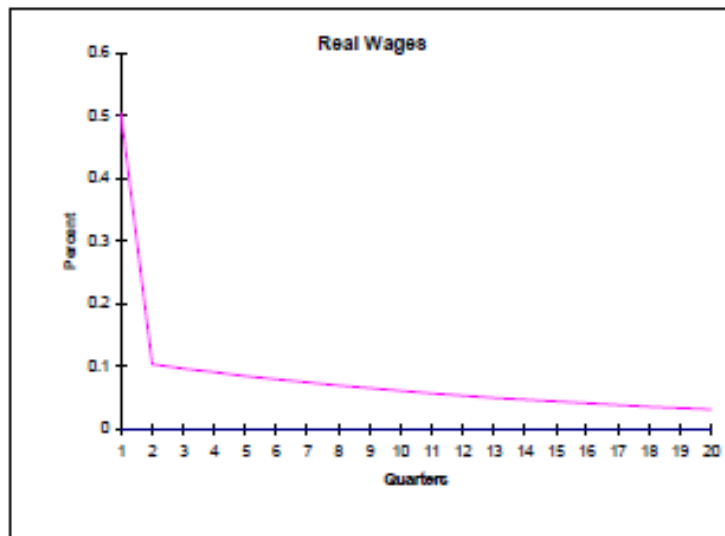
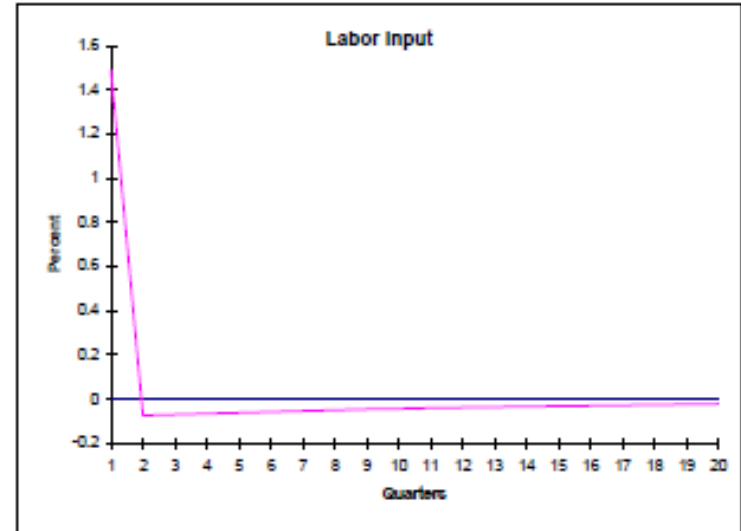
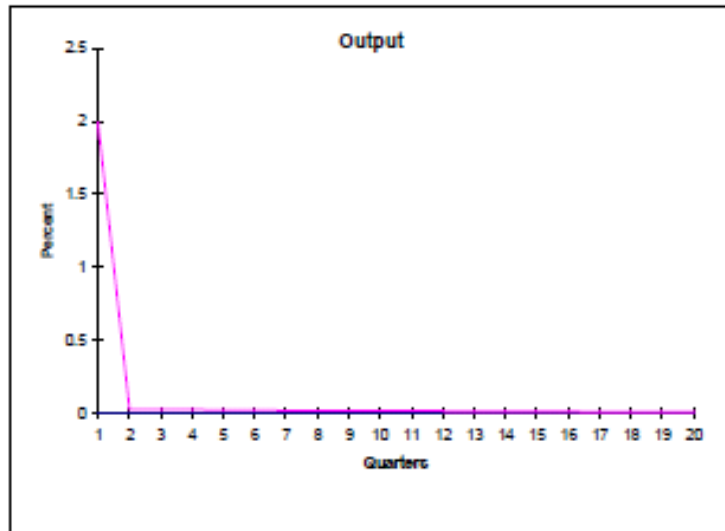
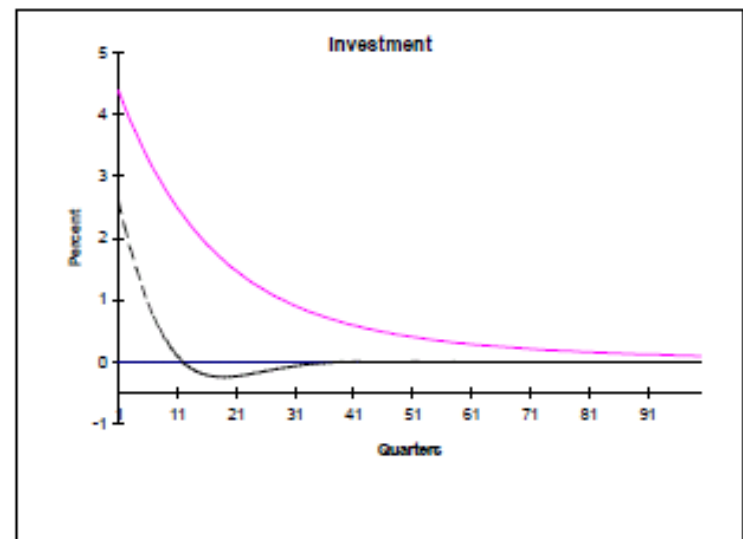
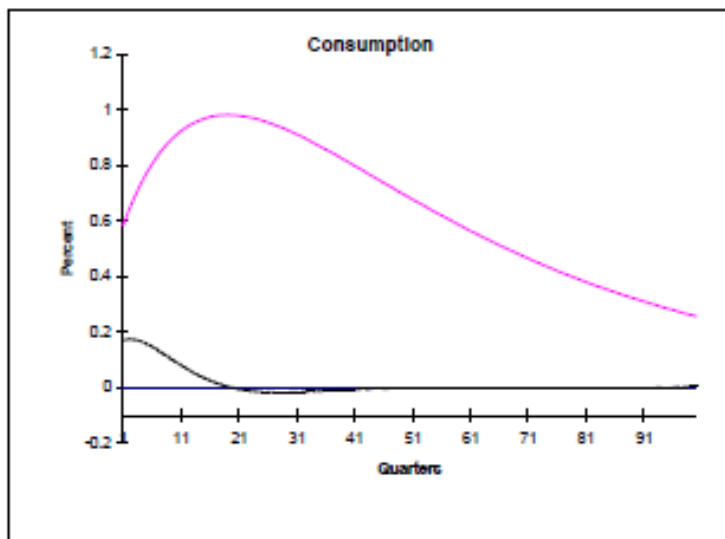
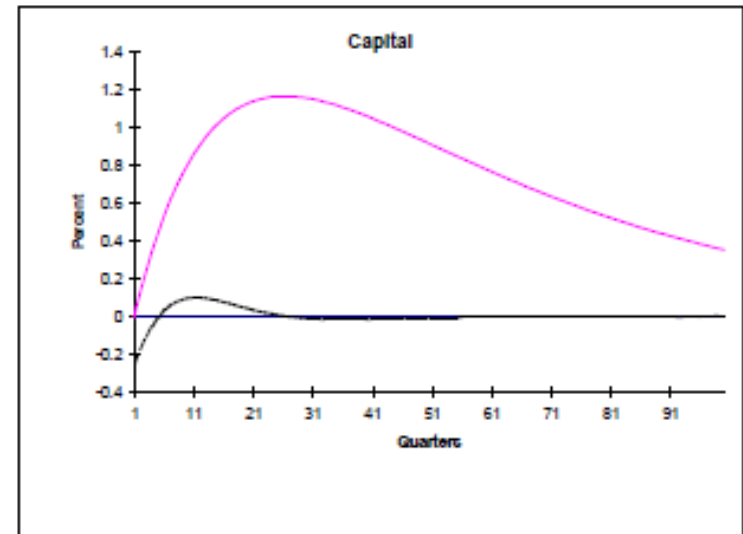
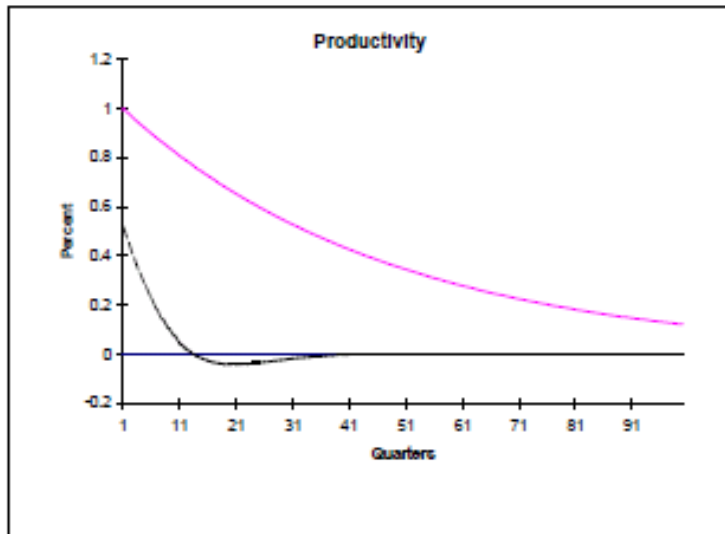
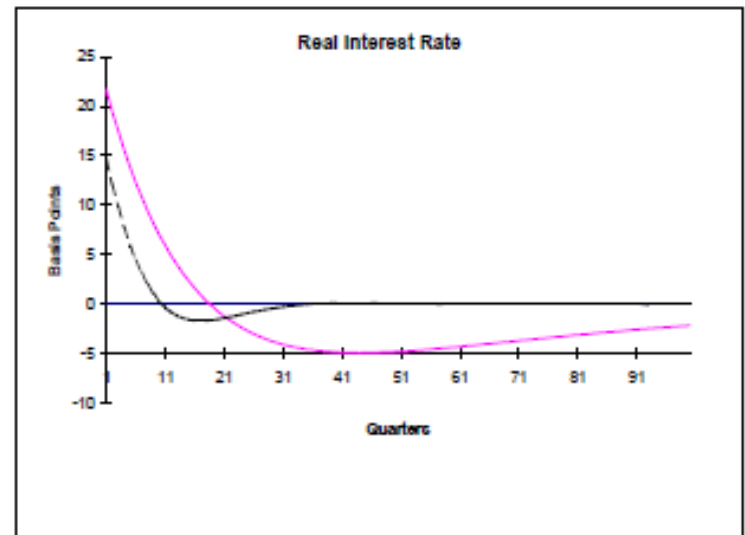
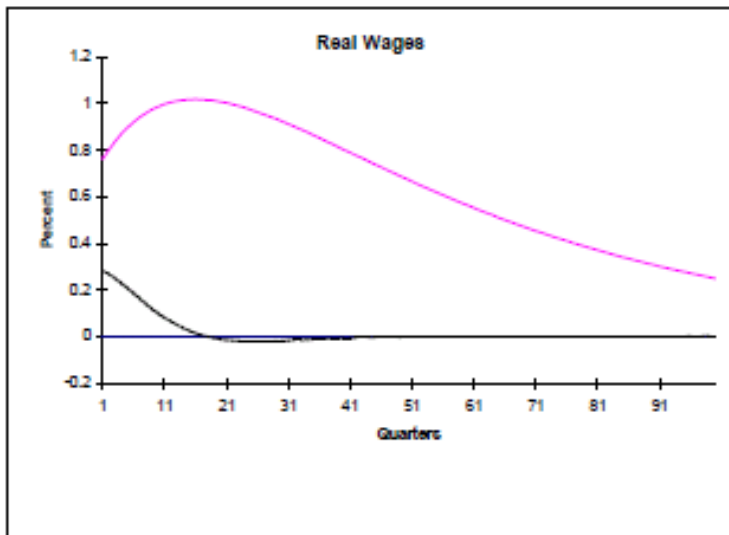
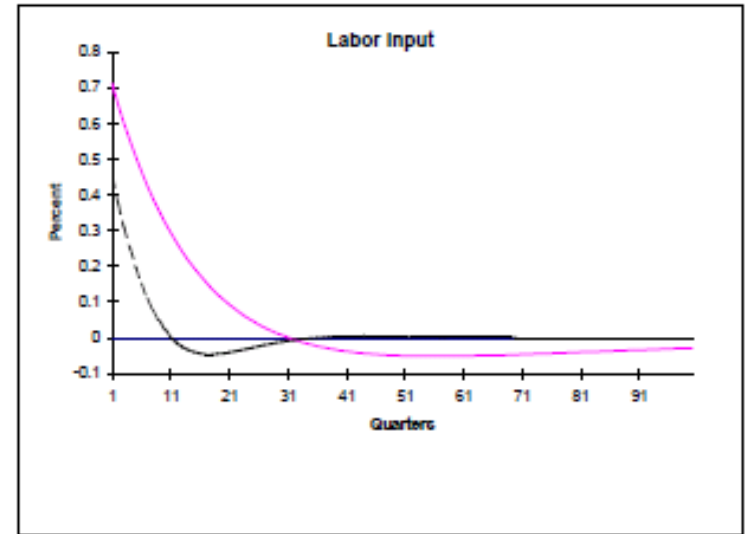
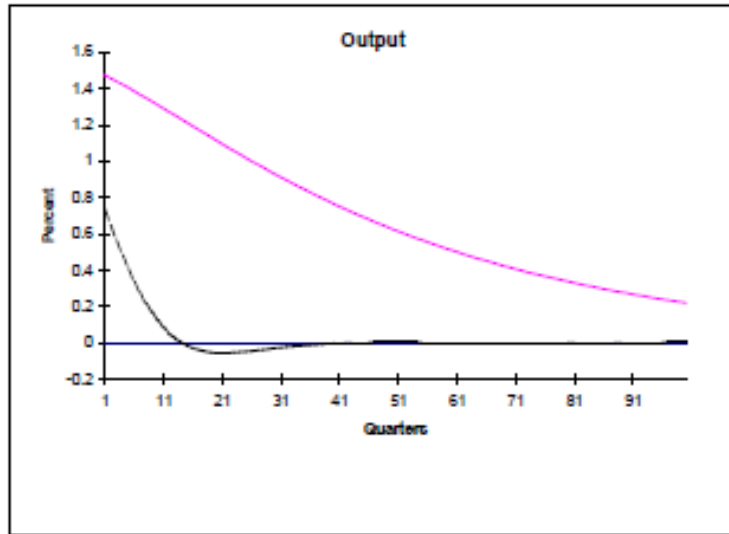


Figure 10:
Impulse Responses to a More Persistent Shock ($\rho=.979$)



Source: King and Rebelo (1999)



Crítiques

- cap paper per a la política monetària
- absència d'atur involuntari ($W_t = C_t^\sigma N_t^\varphi$)
- polítiques d'estabilització contraproductives
- què és un xoc tecnològic negatiu?
- limitacions del residu de Solow com a mesura del paràmetre tecnològic
- evidència sobre els efectes dels xocs tecnològics (Galí (AER, 1999), Basu et al. (AER, 2006))

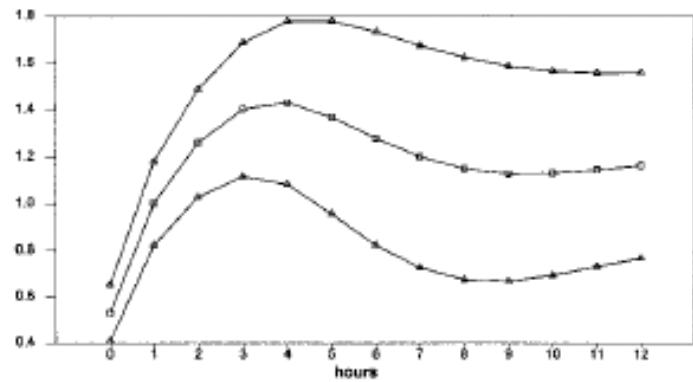
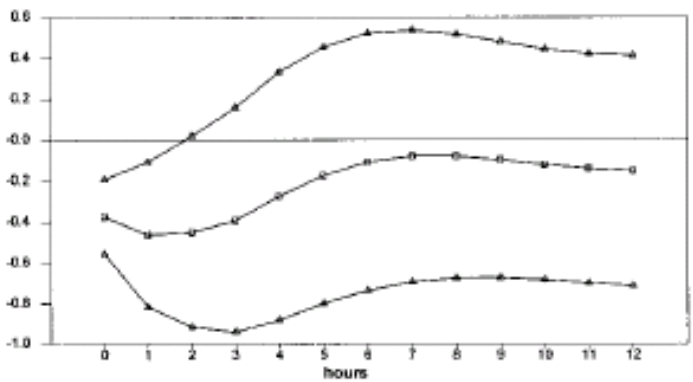
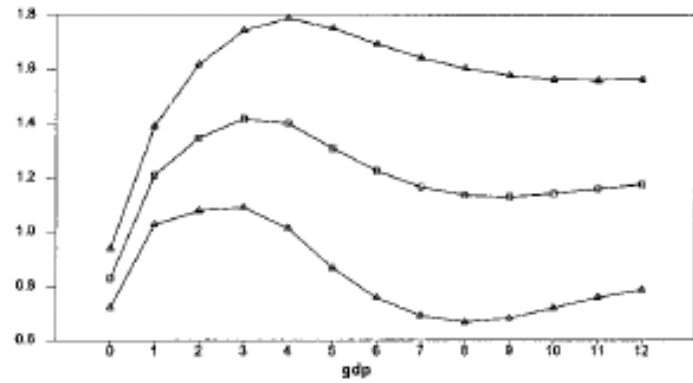
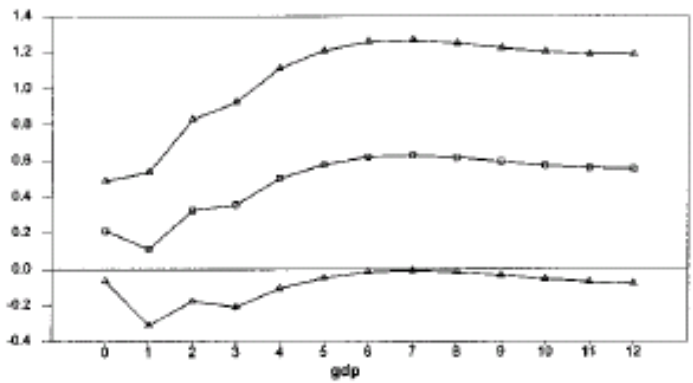
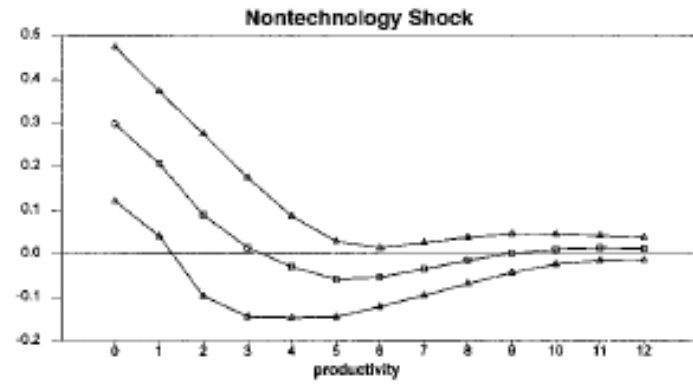
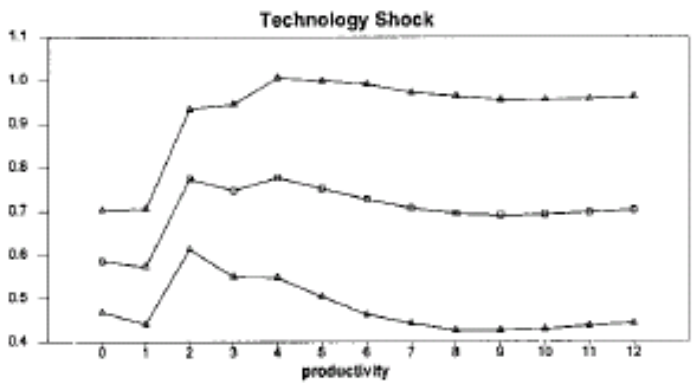
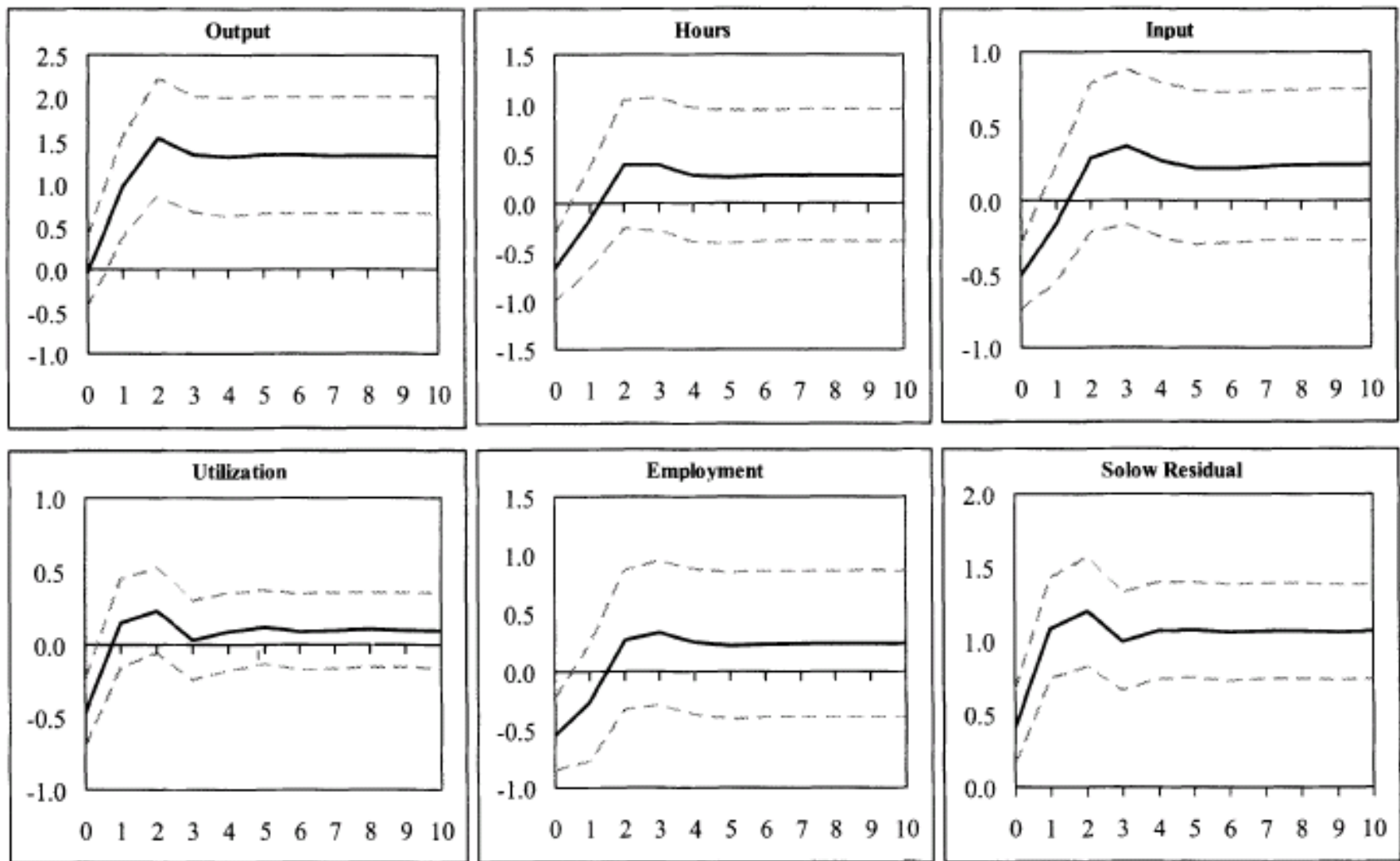


FIGURE 2. ESTIMATED IMPULSE RESPONSES FROM A BIVARIATE MODEL: U.S. DATA, FIRST-DIFFERENCED HOURS (POINT ESTIMATES AND ± 2 STANDARD ERROR CONFIDENCE INTERVALS)

Source: Galí (1999)



Source: Basu, Fernald and Kimball (2006)