Macroeconomia Avançada II

Models Reals del Cicle Econòmic

Jordi Galí

Universitat Pompeu Fabra
Primavera 2017

Supòsits

- Optimització per part d'empreses i consumidors
- Competència perfecta
- Equilibri general
- Absència d'un sector monetari o de variables nominals

Organització:

- Model sense capital
- Model amb acumulació endògena de capital
- Política fiscal

Model Real Bàsic sense Capital

Consumidors

- Preferències

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t)$$

on $\beta \equiv \frac{1}{1+\rho} \in [0,1]$, $U_c > 0$, $U_n < 0$, $U_{cc} \leq 0$, i $U_{nn} \leq 0$

- Restricció pressupostària

$$C_t + B_t = W_t N_t + (1 + r_{t-1}) B_{t-1} + D_t$$

- Condicions d'optimalitat

  - *intratemporal*

$$W_t = -\frac{U_{n,t}}{U_{c,t}} \equiv MRS_t$$

  - *intertemporal*

$$U_{c,t} = \beta(1 + r_t) E_t \{U_{c,t+1}\}$$

Exemple:

$$\begin{aligned} U(C_t, N_t) &= \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \quad \text{si } \sigma \neq 1 \\ &= \log C_t - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \quad \text{si } \sigma = 1 \end{aligned}$$

Condicions d'optimalitat:

$$W_t = C_t^{\sigma} N_t^{\varphi}$$

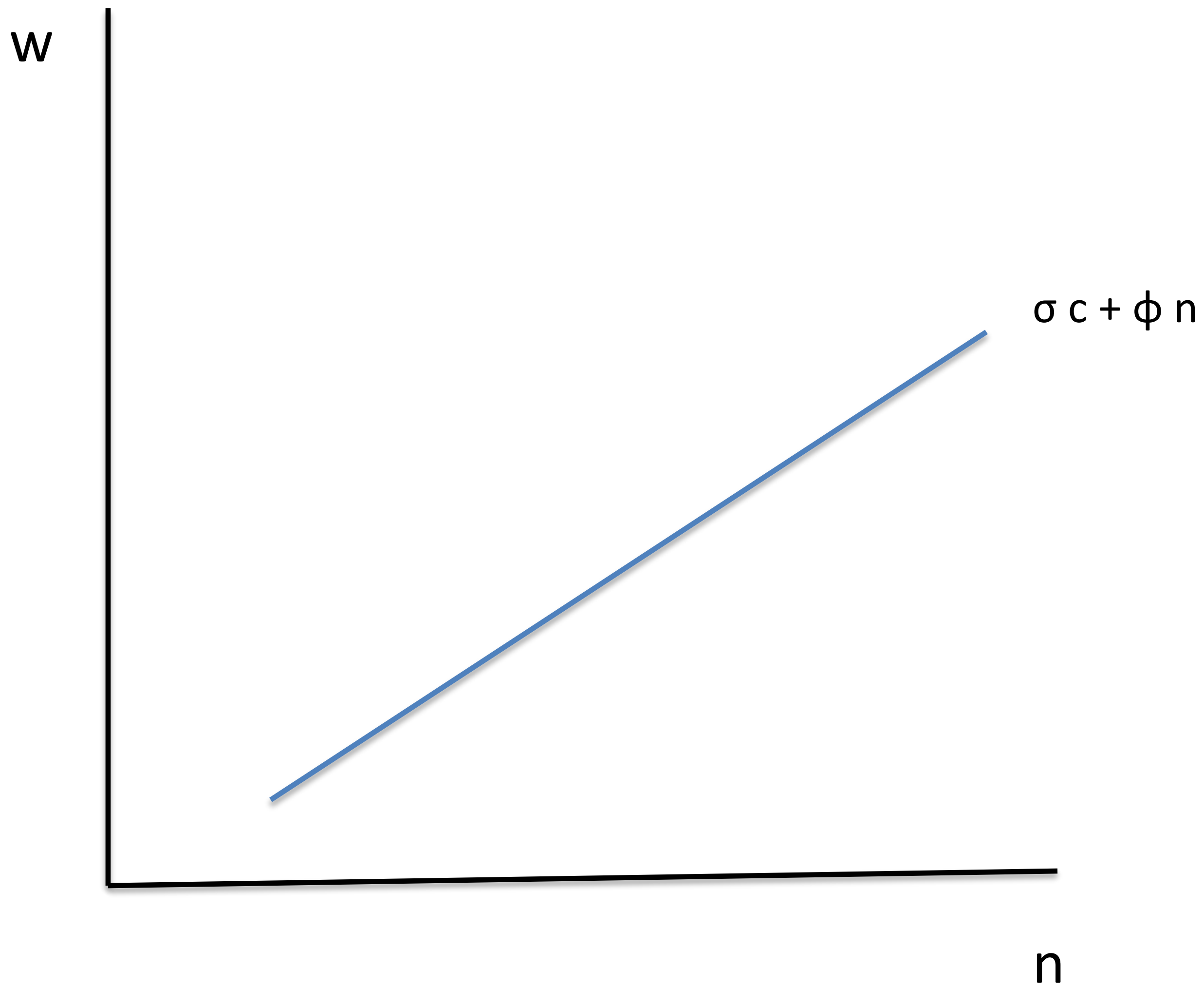
$$1 = \beta(1 + r_t) E_t \left\{ (C_{t+1}/C_t)^{-\sigma} \right\}$$

Versió log-lineal:

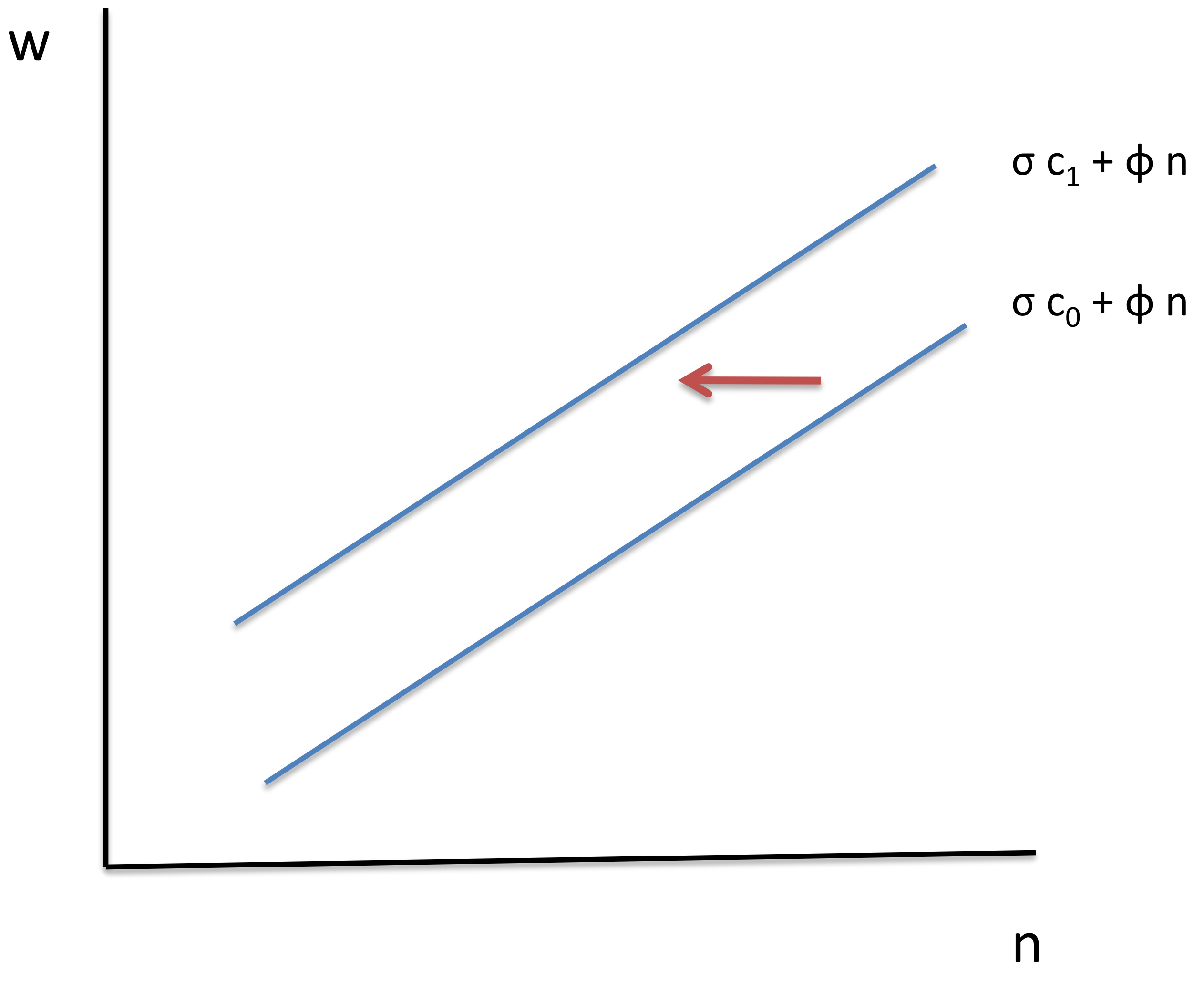
$$w_t = \sigma c_t + \varphi n_t$$

$$c_t = E_t\{c_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}(r_t - \rho)$$

Oferta de treball



Oferta de treball



Empreses

- Funció de producció

$$Y_t = A_t F(N_t) \tag{1}$$

on $F_n > 0$, $F_{nn} \leq 0$ i $A_t \equiv \exp\{a_t\}$ és un paràmetre tecnològic estocàstic que evoluciona d'acord amb:

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a$$

on $\rho_a \in [0, 1)$, and $\{\varepsilon_t^a\}$ és soroll blanc amb mitjana zero i variància σ_a^2.

- Problema de l'empresa

$$\max Y_t - W_t N_t$$

subjecte a (1).

- Condició d'optimalitat

$$W_t = A_t F_{n,t} \equiv MPN_t$$

Exemple

$$Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$$

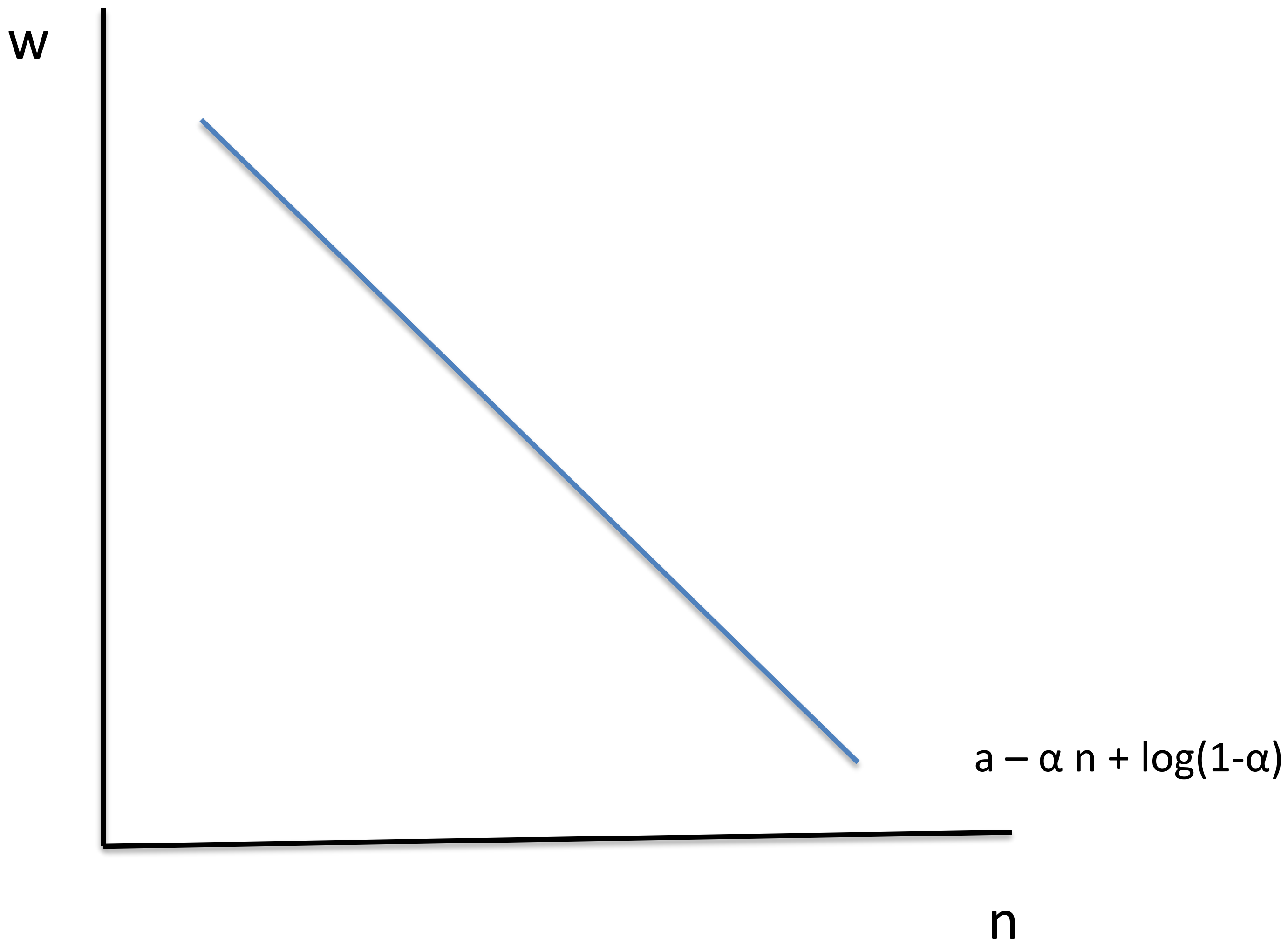
Condició d'optimalitat

$$\begin{aligned} W_t &= (1-\alpha) A_t N_t^{-\alpha} \\ &= (1-\alpha)(Y_t/N_t) \end{aligned}$$

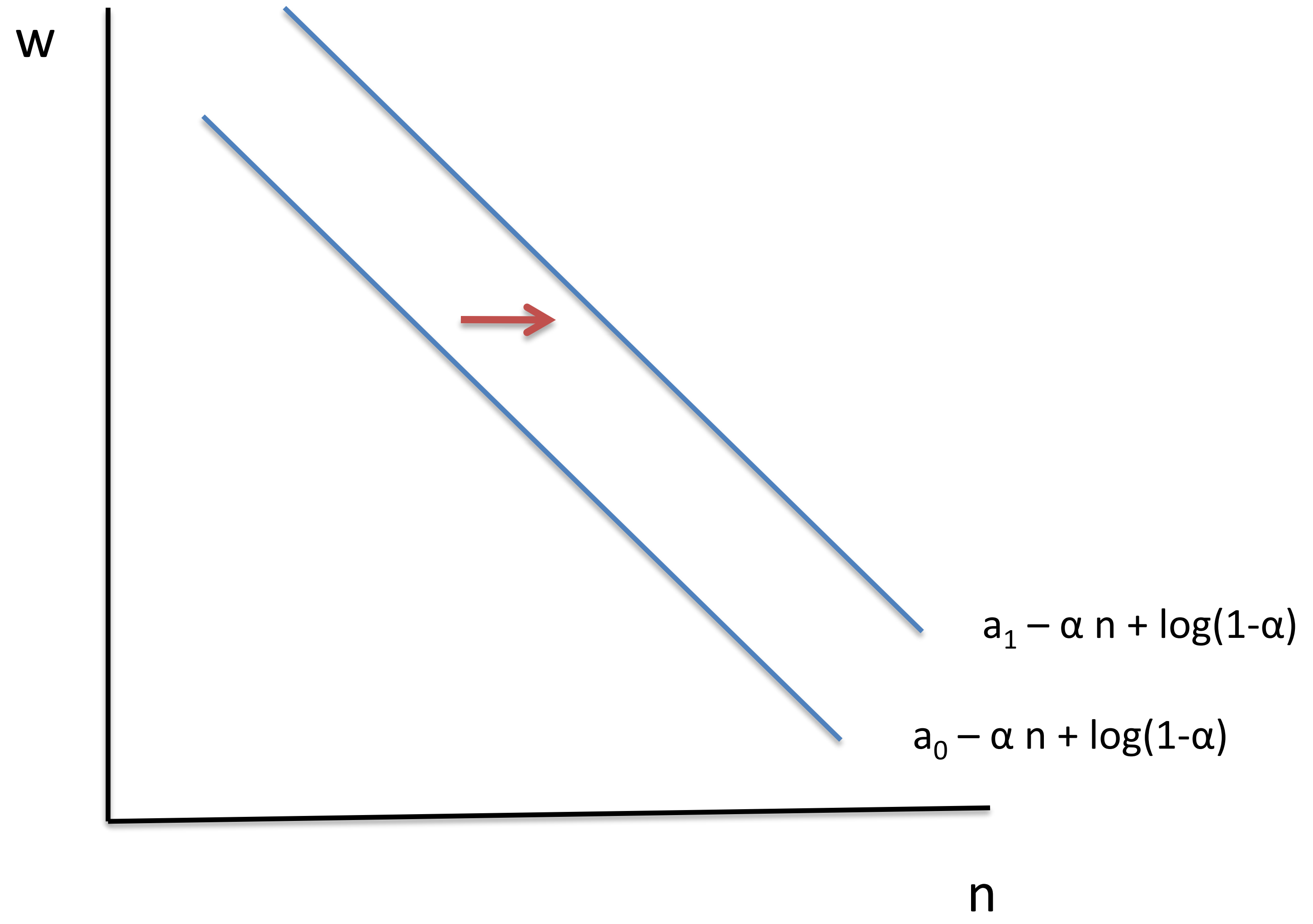
Versió log-lineal:

$$w_t = a_t - \alpha n_t + \log(1-\alpha)$$

Demanda de treball



Demanda de treball



Equilibri

- Mercat de béns

$$Y_t = C_t$$

- Mercat de treball

$$C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} = (1-\alpha) A_t N_t^{-\alpha}$$

- Mercat d'actius

$$B_t = 0$$

$$1 = \beta(1+r_t) E_t \left\{ (C_{t+1}/C_t)^{-\sigma} \right\}$$

- Tecnologia

$$Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$$

- *Valors d'equilibri* (en logs i ignorant constants):

$$n_t = \frac{1-\sigma}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}\; a_t$$

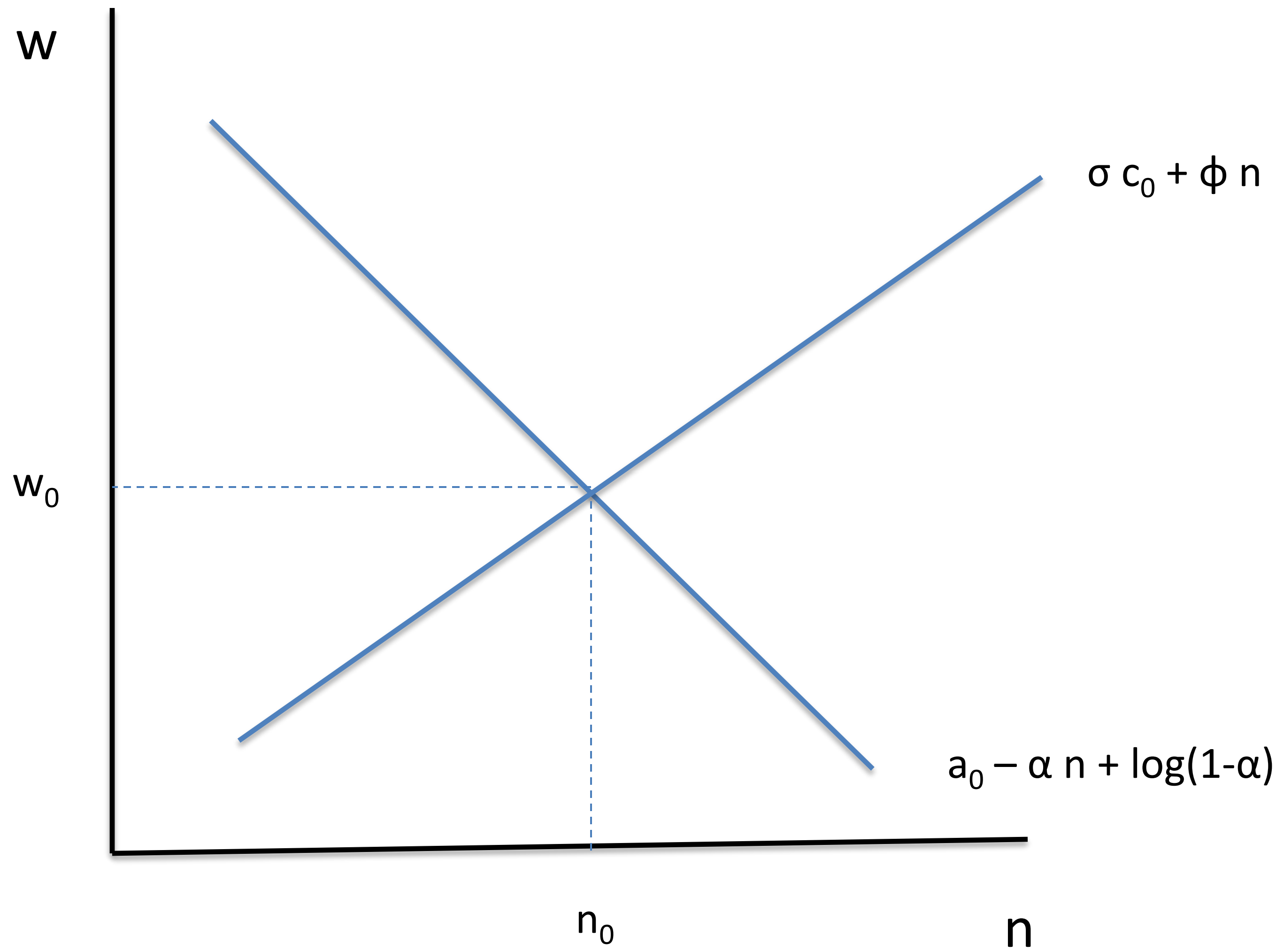
$$y_t = \frac{1+\varphi}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}\; a_t$$

$$w_t = \frac{\sigma+\varphi}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}\; a_t$$

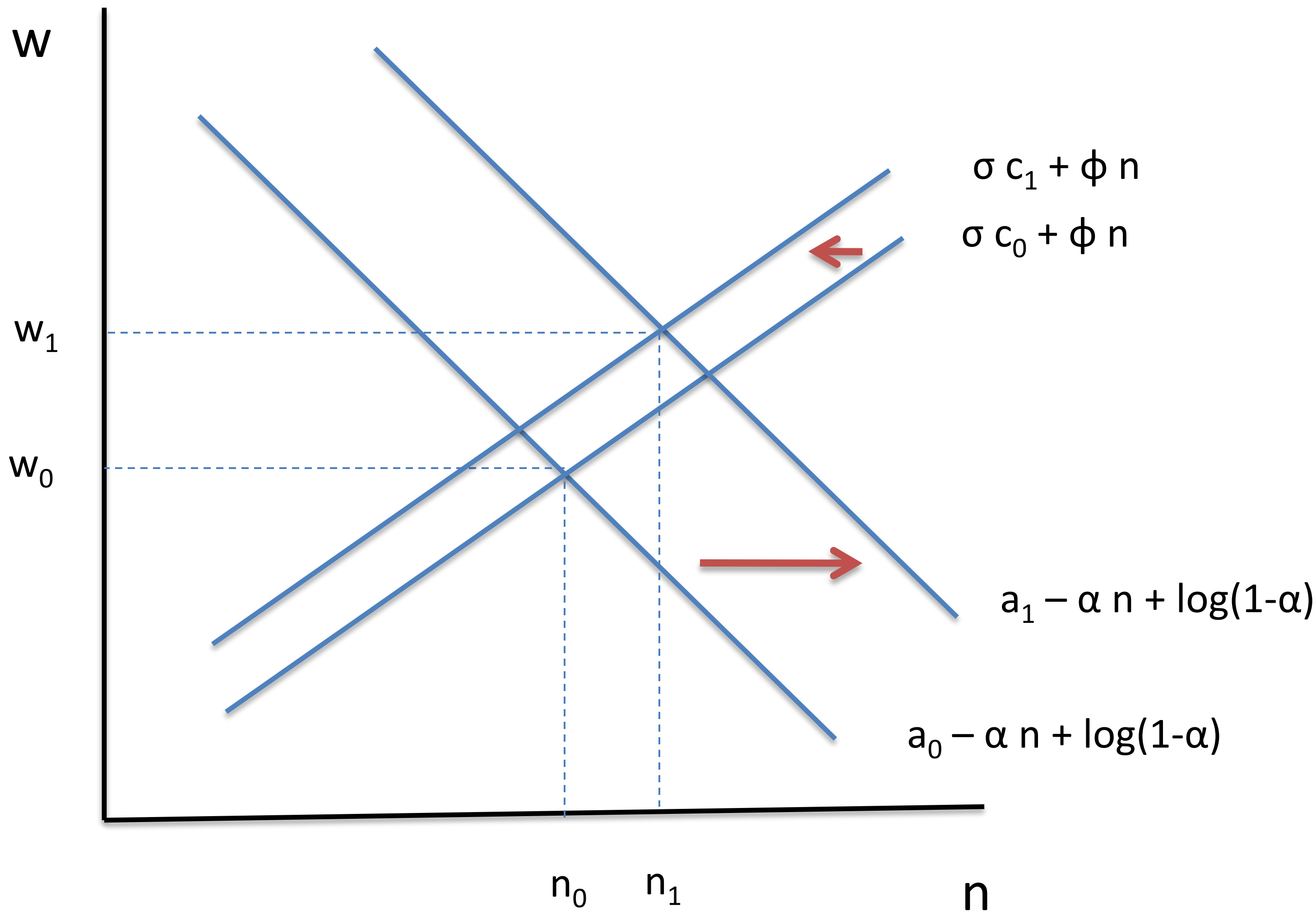
$$r_t = \rho - \frac{\sigma(1+\varphi)(1-\rho_a)}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}\; a_t$$

- Prediccions vs. Evidència

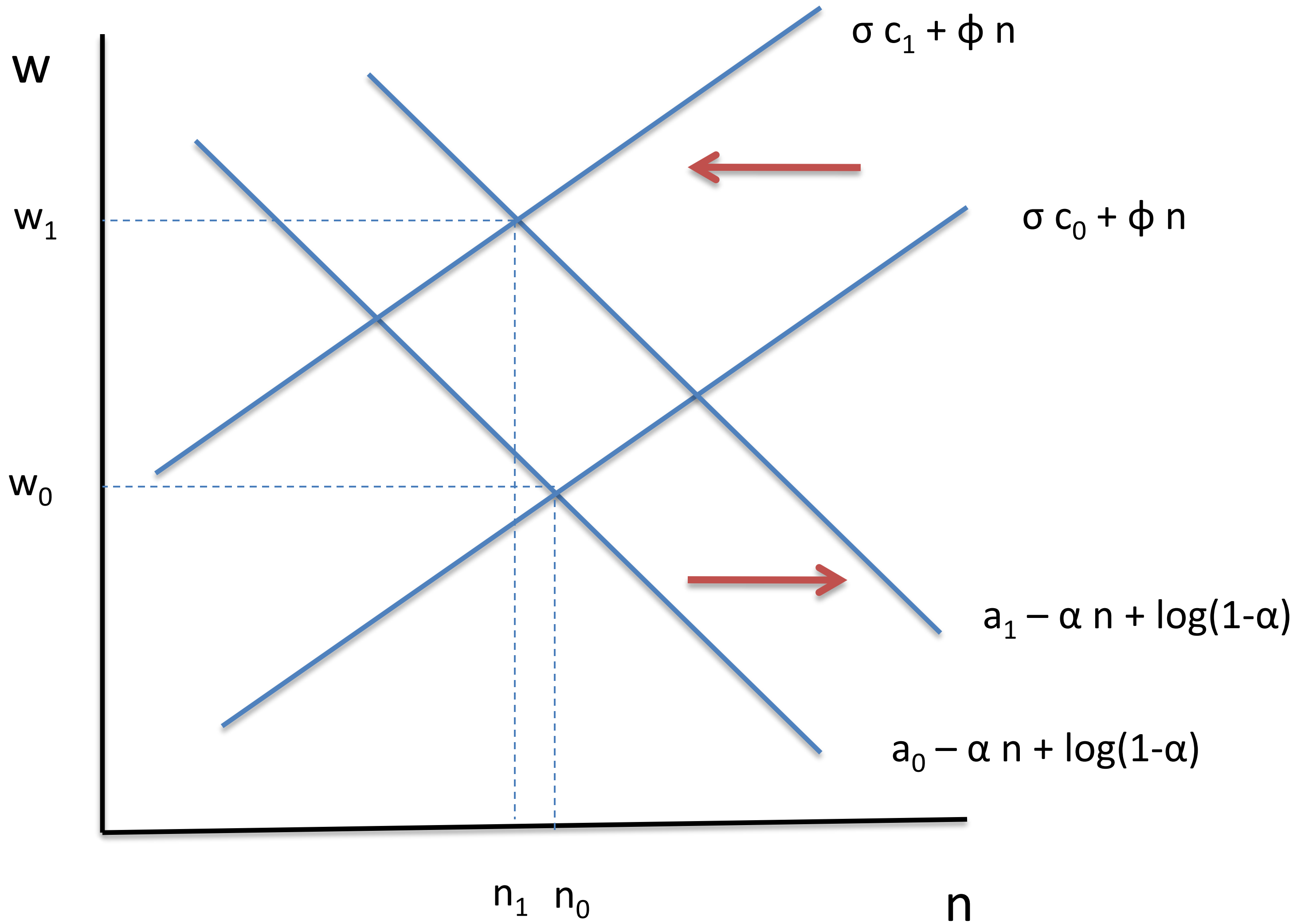
Equilibri



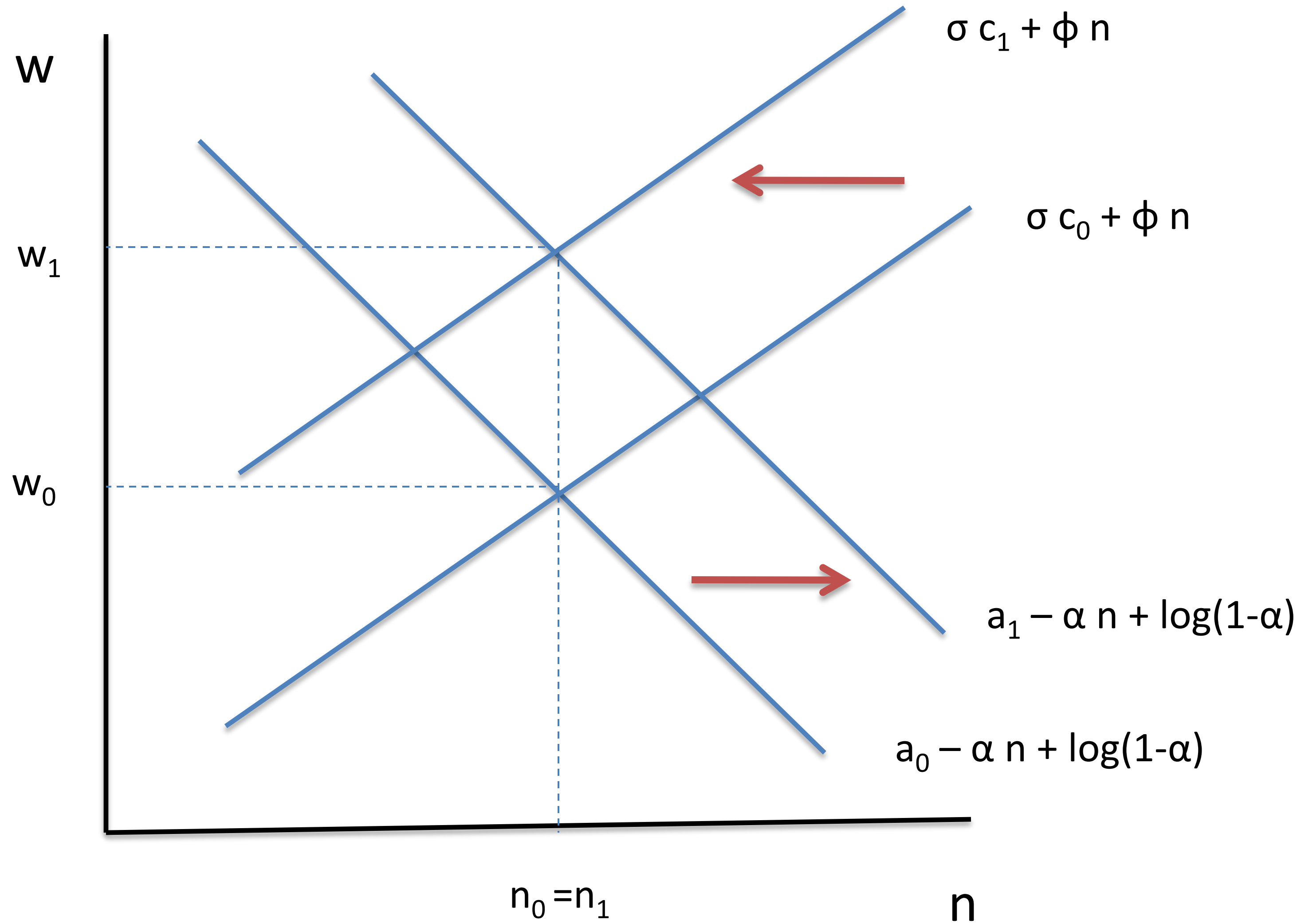
Efectes d'un xoc tecnològic ($\sigma < 1$)



Efectes d'un xoc tecnològic ($\sigma > 1$)



Efectes d'un xoc tecnològic (σ = 1)



Assignació Òptima: El Problema del Planificador Social

$$\max U(C_t, N_t)$$

subjecte a la restricció

$$C_t = A_t F(N_t)$$

Condició d'optimalitat:

$$-\frac{U_{n,t}}{U_{c,t}} = A_t F_{n,t}$$

Exemple:

$$C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} = (1-\alpha) A_t N_t^{-\alpha}$$

$\Longrightarrow$ Equivalència amb equilibri competitiu
$\Longrightarrow$ Optimalitat de les fluctuacions
$\Longrightarrow$ Polítiques d'estabilització no justificades.

El Model Real Bàsic amb Capital

Consumidors

- Preferències

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t)$$

on $\beta \equiv \frac{1}{1+\rho} \in [0, 1]$, $U_c > 0$, $U_n < 0$, $U_{cc} \leq 0$, i $U_{nn} \leq 0$

- Restricció pressupostària i equació d'acumulació de capital

$$C_t + I_t + B_t = W_t N_t + R_t^k K_t + (1 + r_{t-1}) B_{t-1} + D_t$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t$$

- Condicions d'optimalitat

\- *intratemporal*

$$W_t = -\frac{U_{n,t}}{U_{c,t}} \equiv MRS_t$$

\- *intertemporals*

$$U_{c,t} = \beta(1 + r_t)E_t\{U_{c,t+1}\}$$

$$U_{c,t} = \beta E_t\{U_{c,t+1}(1 - \delta + R^k_{t+1})\}$$

Exemple:

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$$

Condicions d'optimalitat*:*

$$W_t = C_t^\sigma N_t^\varphi$$

$$1 = \beta(1 + r_t)E_t\left\{(C_{t+1}/C_t)^{-\sigma}\right\}$$

$$1 = \beta E_t\left\{(C_{t+1}/C_t)^{-\sigma}(1 - \delta + R^k_{t+1})\right\}$$

Empreses

- Funció de producció

$$Y_t = A_t F(K_t, N_t) \tag{2}$$

on $F_k > 0$, $F_n > 0$, $F_{kk} \leq 0$, $F_{nn} \leq 0$, i F és homogènia de grau 1. Definint $a_t \equiv \log A_t$, suposem

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a$$

on $\rho_a \in [0, 1)$, i $\{\varepsilon_t^a\}$ és un procés de "soroll blanc" $(0, \sigma_a^2)$.

- Problema de l'empresa

$$\max Y_t - W_t N_t - R_t^k K_t$$

subjecte a (2).

- Condicions d'optimalitat

$$\begin{aligned} W_t &= A_t F_n(K_t, N_t) \equiv MPN_t \\ R_t^k &= A_t F_k(K_t, N_t) \equiv MPK_t \end{aligned}$$

Exemple (Cobb-Douglas)

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$$

Condicions d'optimalitat

$$R_t^k = \alpha A_t \left(K_t/N_t\right)^{-(1-\alpha)}$$

$$W_t = (1-\alpha) A_t \left(K_t/N_t\right)^{\alpha}$$

Equilibri

- Mercat de béns

$$Y_t = C_t + I_t$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} - C_t \tag{3}$$

- Mercat de treball

$$C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} = (1-\alpha) A_t \left(K_t / N_t\right)^{\alpha} \tag{4}$$

- Mercat d'actius

$$B_t = 0$$

$$1 = \beta E_t \left\{ \left(C_{t+1}/C_t\right)^{-\sigma} \left(1 - \delta + \alpha A_{t+1} \left(K_{t+1}/N_{t+1}\right)^{-(1-\alpha)}\right) \right\} \tag{5}$$

$$1 = \beta (1 + r_t) E_t \left\{ \left(C_{t+1}/C_t\right)^{-\sigma} \right\} \tag{6}$$

- Tecnologia

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$$

Un Exemple amb Solució Exacta (Long and Plosser, JPE 1983)

- Depreciació completa ($\delta = 1$) + utilitat logarítmica ($\sigma = 1$).
- Condicions d'equilibri

$$(1-\alpha)(Y_t/N_t) = C_t N_t^{\varphi}$$

$$1 = \alpha\beta E_t \left\{ (C_t/C_{t+1}) \left(Y_{t+1}/K_{t+1} \right) \right\}$$

$$K_{t+1} + C_t = Y_t$$

- Conjectura:

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= \lambda Y_t \\ C_t &= (1-\lambda) Y_t \end{aligned}$$

Implicacions

$$\lambda = \alpha\beta$$

$$N_t = ((1-\alpha)(Y_t/C_t))^{\frac{1}{1+\varphi}} = \left(\frac{1-\alpha}{1-\alpha\beta} \right)^{\frac{1}{1+\varphi}} \equiv N$$

Estat estacionari: equilibri amb $A_t = A$, $C_t = C$, $K_t = K$, $N_t = N$,...

$$Y = A^{\frac{1}{1-\alpha}}(\alpha\beta)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}N$$

$$K = A^{\frac{1}{1-\alpha}}(\alpha\beta)^{\frac{1}{1-\alpha}}N \quad ; \quad C = (1-\alpha\beta)A^{\frac{1}{1-\alpha}}(\alpha\beta)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}N$$

Equilibri dinàmic (al voltant de l'estat estacionari)

$$\begin{aligned}\widehat{k}_t &= \widehat{y}_{t-1} \\ &= \alpha\widehat{k}_{t-1} + a_{t-1}\end{aligned}$$

$$\widehat{y}_t = \alpha\widehat{k}_t + a_t$$

$$\begin{aligned}\widehat{c}_t &= \widehat{y}_t \\ &= \alpha\widehat{k}_t + a_t\end{aligned}$$

Discussió:

- persistència "intrínsica"
- limitacions: ocupació constant, volatilitat uniforme,...

Cas General: Estat Estacionari

Definició: equilibri amb $A_t = A$, $C_t = C$, $K_t = K$, $N_t = N$,...

Avaluant (5) a l'estat estacionari:

$$(K/N)^{(1-\alpha)} = \frac{\alpha A}{\rho + \delta} \tag{7}$$

Observació: permet determinar productivitat del treball, donat que $Y/N = A\,(K/N)^{\alpha}$

Avaluant (3) a l'estat estacionari (i dividint per N),

$$C/N = A\left(\frac{\alpha A}{\rho + \delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \delta\left(\frac{\alpha A}{\rho + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{8}$$

Avaluant (4) a l'estat estacionari:

$$N^{\sigma+\varphi} = (1-\alpha)(C/N)^{-\sigma} A\,(K/N)^{\alpha}$$

Observació: donat N podem determinar C, K, Y,...

Exercici: analitzar dependencia de N en funció de paràmetres exògens.

Cas General: Log-linealització de les Condicions d'Equilibri

- Mercat de béns

$$\alpha\beta\widehat{k}_{t+1} = \alpha\widehat{k}_t + (1-(1-\delta)\beta)((1-\alpha)\,\widehat{n}_t + a_t) - (1-\beta+\beta\delta(1-\alpha))\widehat{c}_t \tag{9}$$

- Mercat de treball

$$\sigma\widehat{c}_t + (\alpha+\varphi)\widehat{n}_t = a_t + \alpha\widehat{k}_t \tag{10}$$

- Mercat d'actius (capital)

$$\sigma\widehat{c}_t = \sigma E_t\{\widehat{c}_{t+1}\} + (1-(1-\delta)\beta)\left((1-\alpha)(\widehat{k}_{t+1} - E_t\{\widehat{n}_{t+1}\}) - \rho_a a_t\right) \tag{11}$$

De forma compacta:

$$\begin{bmatrix} \widehat{c}_t \\ \widehat{n}_t \\ \widehat{k}_t \end{bmatrix} = \widetilde{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} E_t\{\widehat{c}_{t+1}\} \\ E_t\{\widehat{n}_{t+1}\} \\ \widehat{k}_{t+1} \end{bmatrix} + \widetilde{\mathbf{B}}\, a_t$$

Apunt Tècnic sobre Sistemes Dinàmics

- Sistema dinàmic

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}E_t\{\mathbf{y}_{t+1}\} + \mathbf{B}\mathbf{z}_t$$
$$\mathbf{z}_t = \mathbf{R}\mathbf{z}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

$\mathbf{y}_t = [\mathbf{x}_t',\ \mathbf{k}_t']'$: vector $(n \times 1)$ de variables endògenes
$\mathbf{x}_t$: vector $(n_x \times 1)$ de variables endògenes *no predeterminades*
$\mathbf{k}_t$: vector $(n_k \times 1)$ de variables endògenes *predeterminades*
$\mathbf{z}_t$: vector $(n_z \times 1)$ de variables exògenes
$\boldsymbol{\varepsilon}_t$: vector $(n_z \times 1)$ que segueix un procés de soroll blanc $(0,\Omega)$

- Forma de la solució ("state-space representation"):

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_t &= \mathbf{C}\mathbf{s}_{t-1} + \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \mathbf{x}_t &= \mathbf{M}\mathbf{s}_t \end{aligned}$$

on $\mathbf{s}_t = [\mathbf{k}_t',\ \mathbf{z}_t']'$ és un vector de "variables estat."

Tornant al model de cicles econòmics reals:

$$\begin{aligned} \widehat{k}_t &= \psi_{kk}\widehat{k}_{t-1} + \psi_{ka}a_{t-1} \\ a_t &= \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a \end{aligned}$$

i per a qualsevol variable endògena $\widehat{x}_t$:

$$\widehat{x}_t = \psi_{xk}\widehat{k}_t + \psi_{xa}a_t$$

Calibració

$[\beta\ ]$: $\qquad \beta R = 1$
rendibilitat mitjana S&P500 = 6.5% $\Longrightarrow \beta = (1{+}(0.065/4))^{-1} \simeq 0.985$

$[\delta\ ]$: $\quad 0.10/4 = 0.025.$

$[\alpha\ ]$: $\quad W = (1-\alpha)(Y/N) \quad \Longrightarrow \quad \alpha = 1 - S_{n,t}$ on $S_{n,t} \equiv \frac{W_t N_t}{Y_t} \simeq 2/3$
$\Longrightarrow \alpha = 1/3$

$[\sigma]$: $\quad (1-\alpha)\frac{Y_t}{N_t} = C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} ... \Longrightarrow$ creixement equilibrat requereix $\sigma = 1$

$[\varphi\ ]$: $\quad w_t = \sigma c_t + \varphi n_t ... \Longrightarrow ...\ n_t = \varphi^{-1} w_t - \sigma \varphi^{-1} c_t$
$\Longrightarrow \varphi^{-1}$: elasticitat-salari de l'oferta de treball $\simeq 4$ (controvertit)
Especificació King-Rebelo: $U(C,L) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \theta \frac{L_t^{1-\eta}}{1-\eta}$ amb restricció $N_t + L_t = 1$ Elasticitat $= \frac{L}{\eta N} = \frac{0.8}{(1)(0.2)} = 4$

$[\rho_a, \sigma_a^2\ ]$: $\qquad a_t = y_t - \alpha k_t - (1-\alpha) n_t$
Estimació AR(1) del component cíclic: $\rho_a = 0.979, \sigma_a^2 = (0.007)^2$

Prediccions Quantitatives (KR Taula 3)

- Volatilitat:

- el model explica el 70 percent de la variància del producte
- explica bé volatilitats relatives del consum, inversió i producte
- consum i hores massa poc volàtils en relació al producte

- Persistència:

- explica bé l'autocorrelació positiva (una mica baixa)

- Comportament cíclic

- correlació positiva de consum, inversió i hores amb producte
- principal limitació: salari real i tipus d'interès massa procíclics

- Simulacions (KR Figura 7)

- correlació producte simulat amb real $\simeq 0.8$
- correlació més baixa variables mercat treball

Table 3

Business Cycle Statistics for Basic RBC Model[35]

	Standard Deviation	Relative Standard Deviation	First Order Auto-correlation	Contemporaneous Correlation with Output
Y	1.39	1.00	0.72	1.00
C	0.61	0.44	0.79	0.94
I	4.09	2.95	0.71	0.99
N	0.67	0.48	0.71	0.97
Y/N	0.75	0.54	0.76	0.98
w	0.75	0.54	0.76	0.98
r	0.05	0.04	0.71	0.95
A	0.94	0.68	0.72	1.00

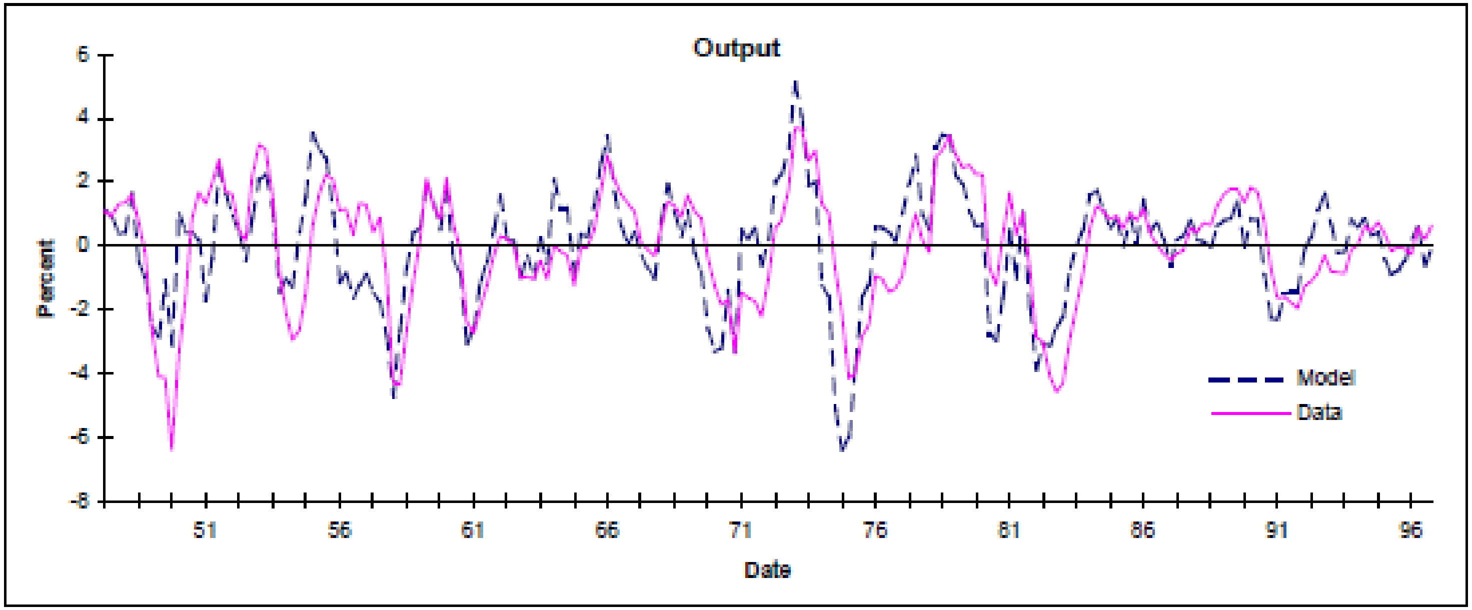
Note: All variables have been logged (with the exception of the real interest rate)and detrended with the HP filter.

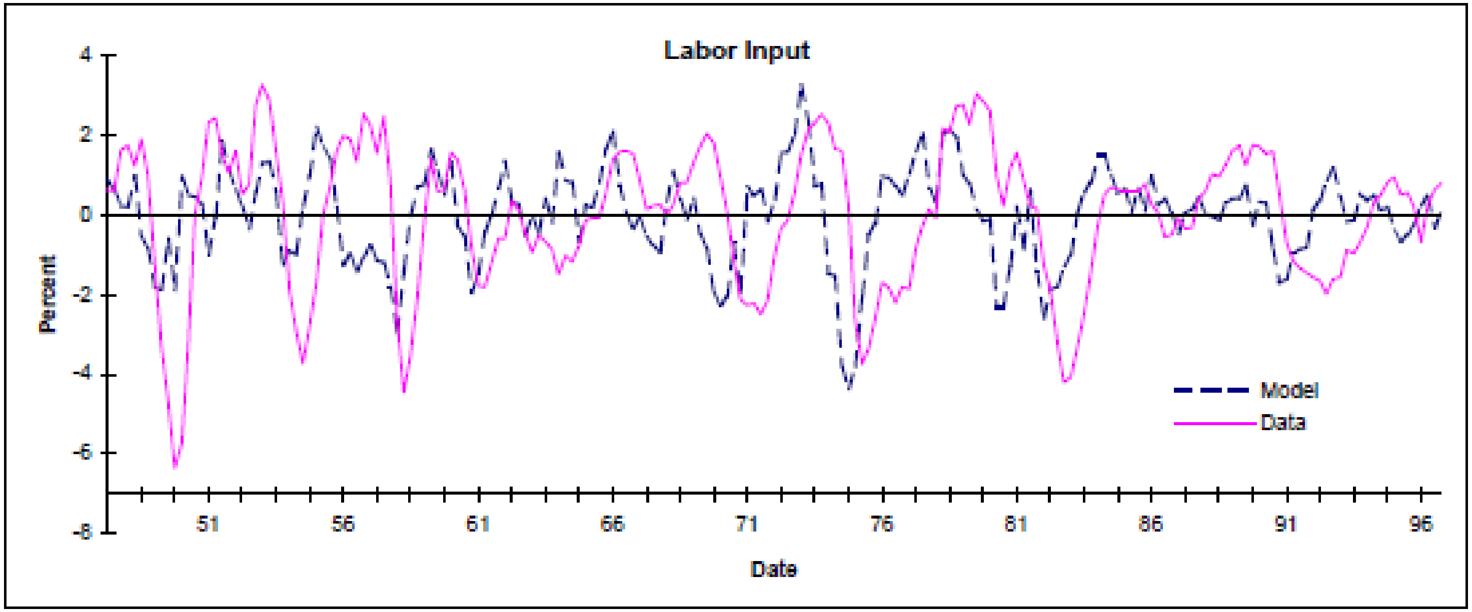
Source: King and Rebelo (1999)

Table 1
Business Cycle Statistics for the U.S. Economy

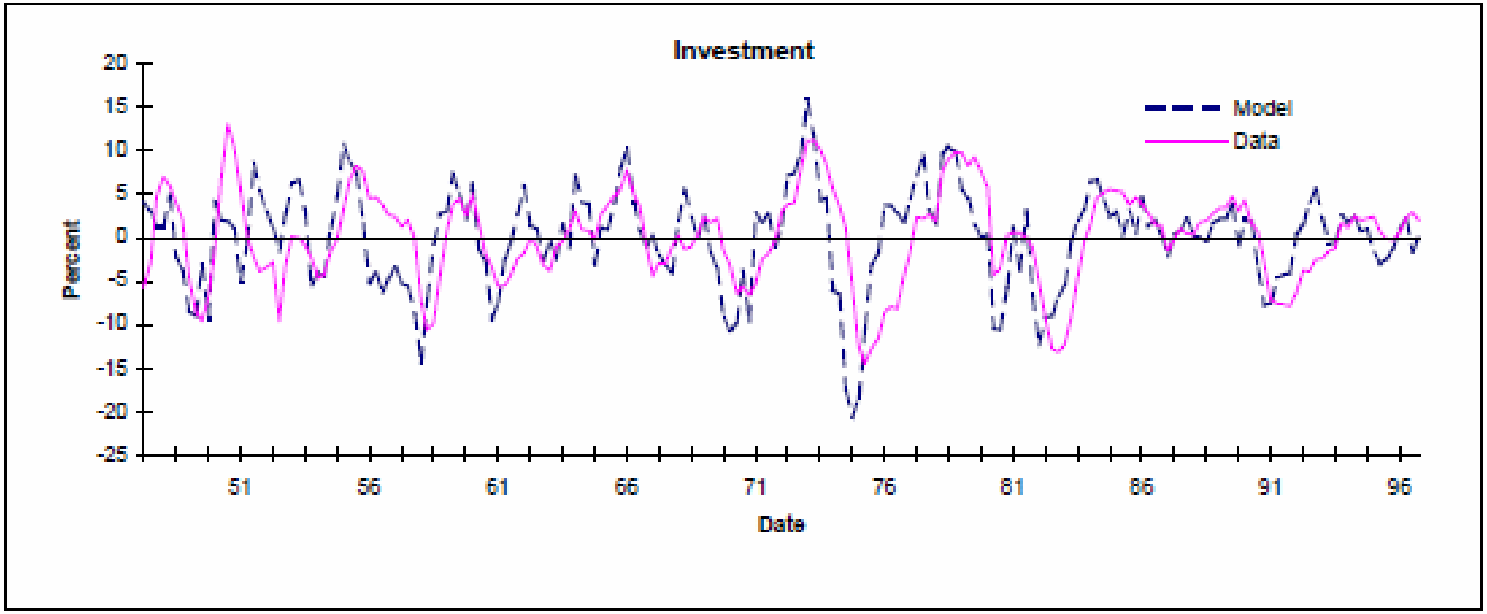
	Standard Deviation	Relative Standard Deviation	First Order Auto-correlation	Contemporaneous Correlation with Output
Y	1.81	1.00	0.84	1.00
C	1.35	0.74	0.80	0.88
I	5.30	2.93	0.87	0.80
N	1.79	0.99	0.88	0.88
Y/N	1.02	0.56	0.74	0.55
w	0.68	0.38	0.66	0.12
r	0.30	0.16	0.60	-0.35
A	0.98	0.54	0.74	0.78

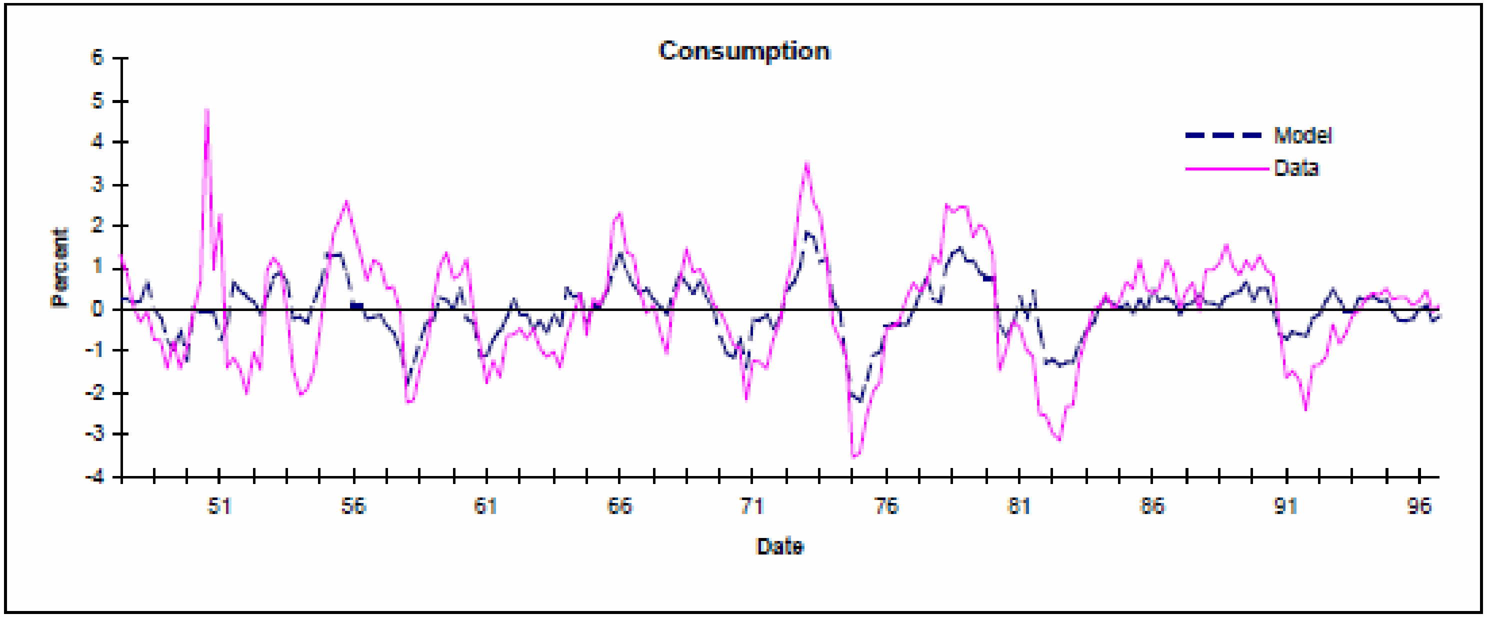
Source: King and Rebelo (1999)





Source: King and Rebelo (1999)


Investment
Model
Data
Percent
20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
51
56
61
66
71
76
81
86
91
96
Date


Consumption
Model
Data
Percent
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
51
56
61
66
71
76
81
86
91
96
Date

Efectes dels Xocs Tecnològics

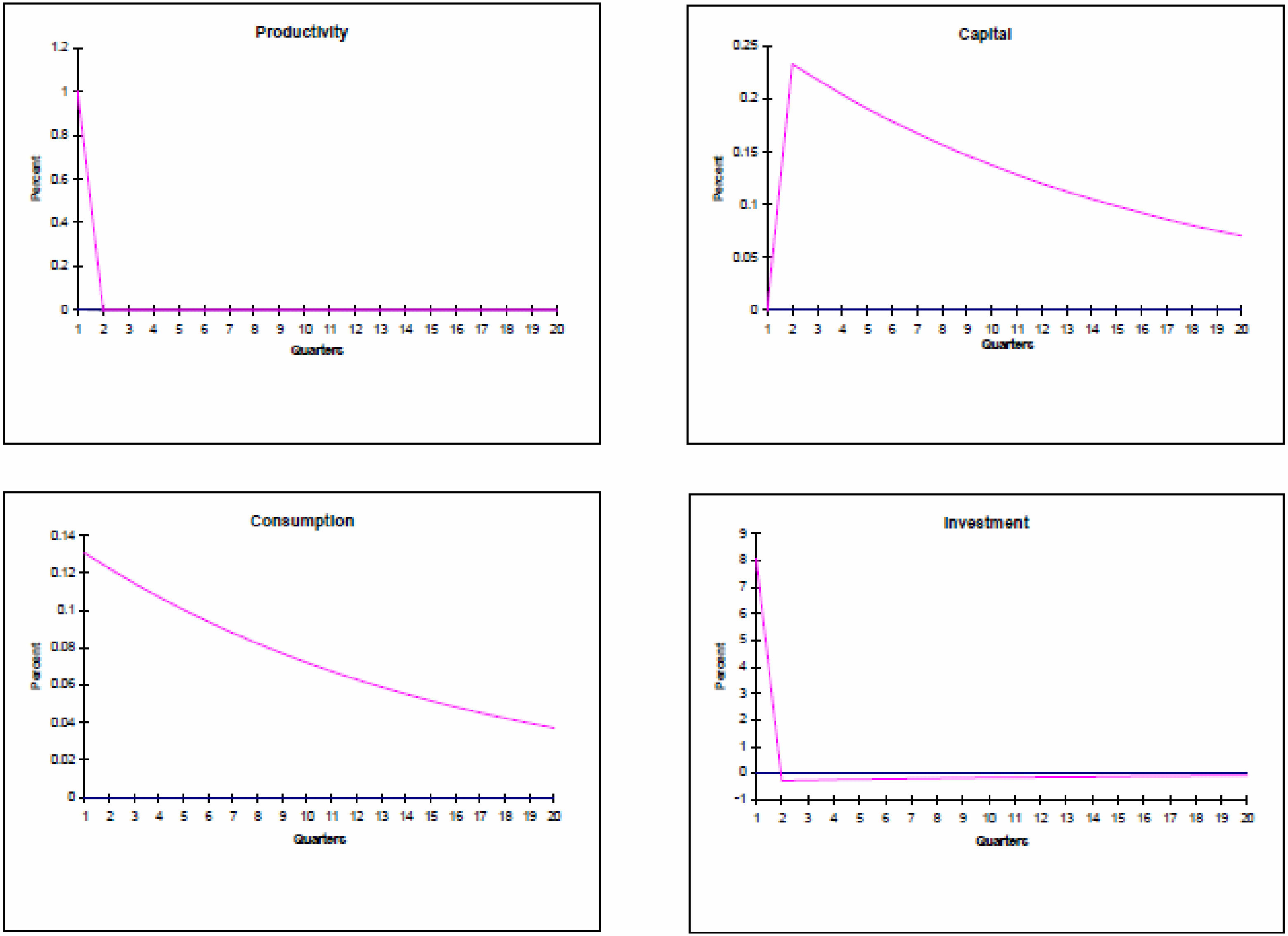
- paper de l'acumulació de capital: efecte de substitució intertemporal
- resposta a un xoc transitori (KR, Fig 9)

  - resposta "allisada" del consum ("smoothing") $\Longrightarrow$ augment de la inversió
  - després d'un periode: "consum" gradual de l'estoc de capital, via consum i lleure
  - persistència intrínsica limitada

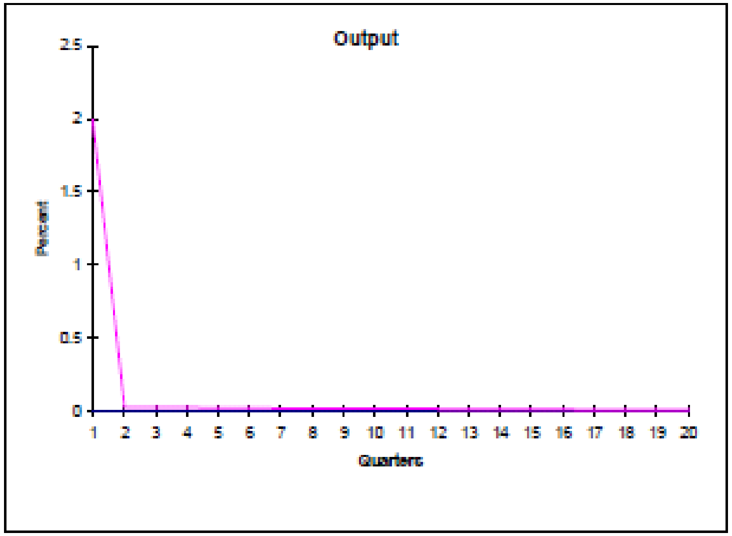
- resposta a xocs més persistent (KR, Fig 10):

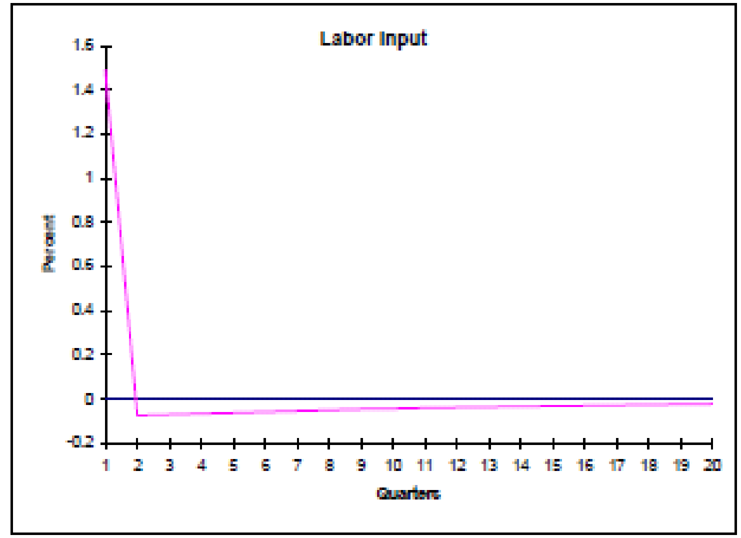
  - efecte inicial dominant: desplaçament més persistent de la demanda de treball
  - després: retorn de l'estoc de capital a l'estat estacionari.

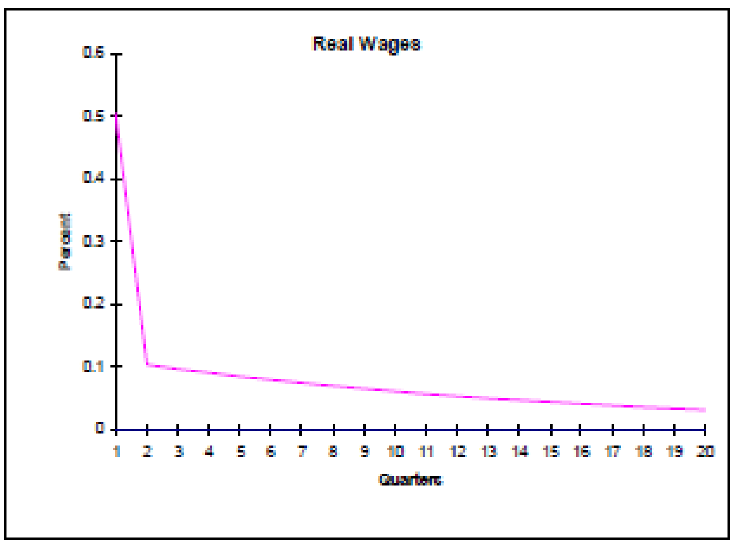
Figure 9:
Impulse Responses to a Purely Transitory Shock



Source: King and Rebelo (1999)


Output
Percent
Quarters


Labor Input
Percent
Quarters


Real Wages
Percent
Quarters

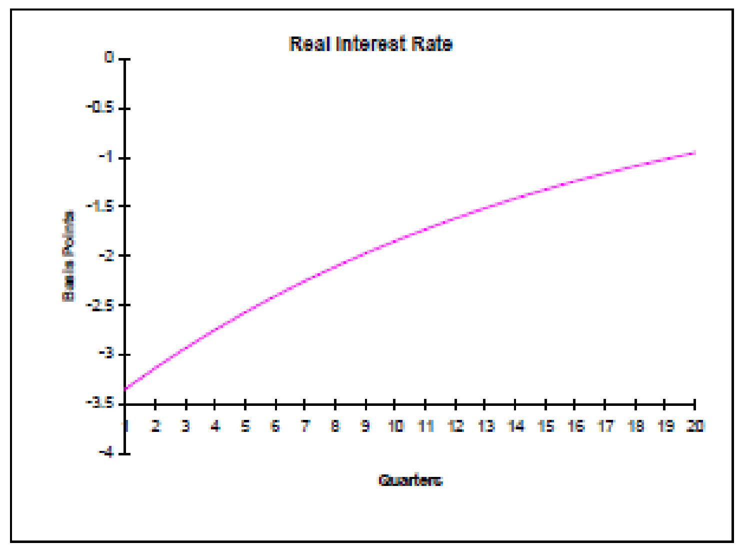
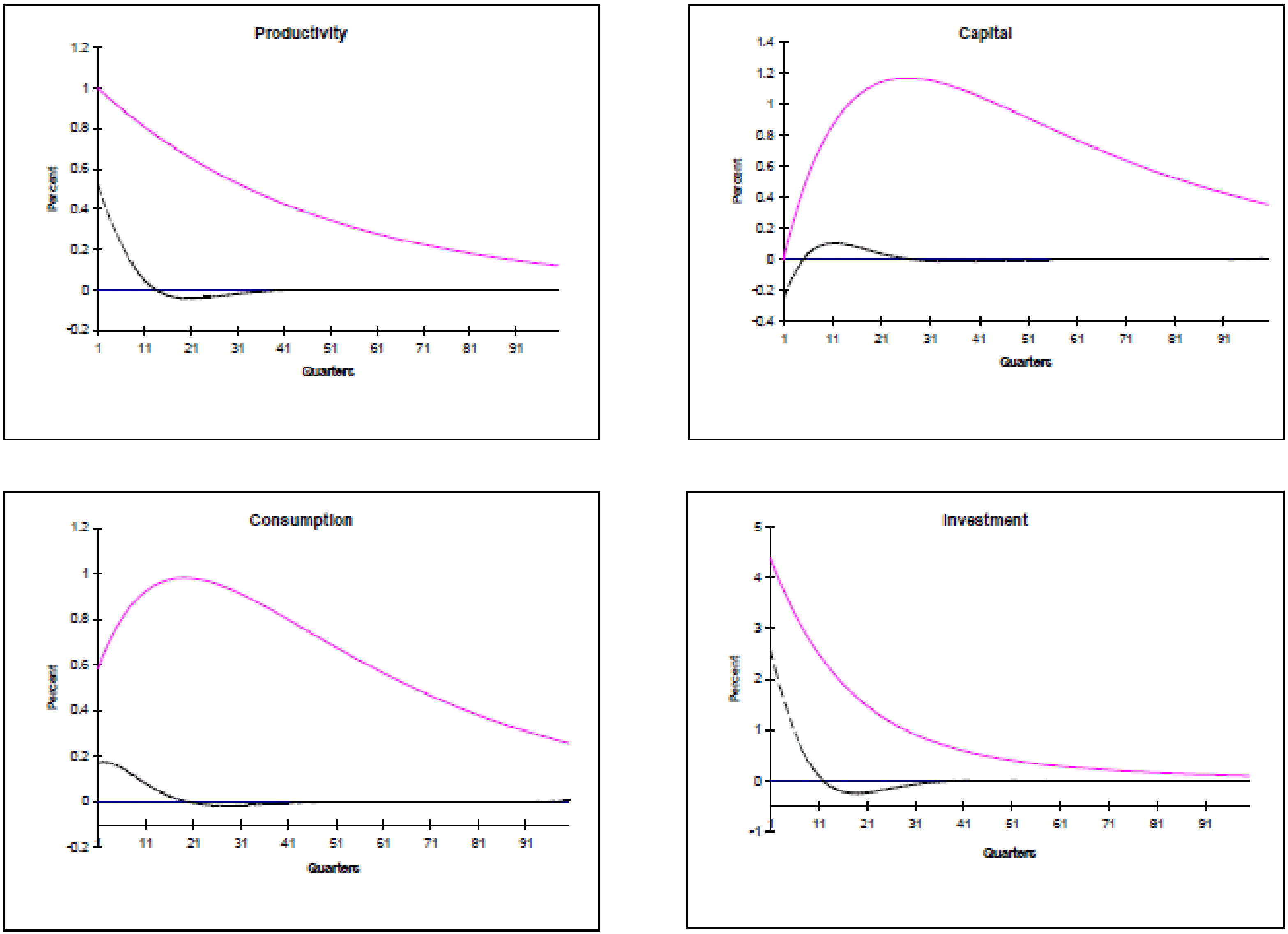
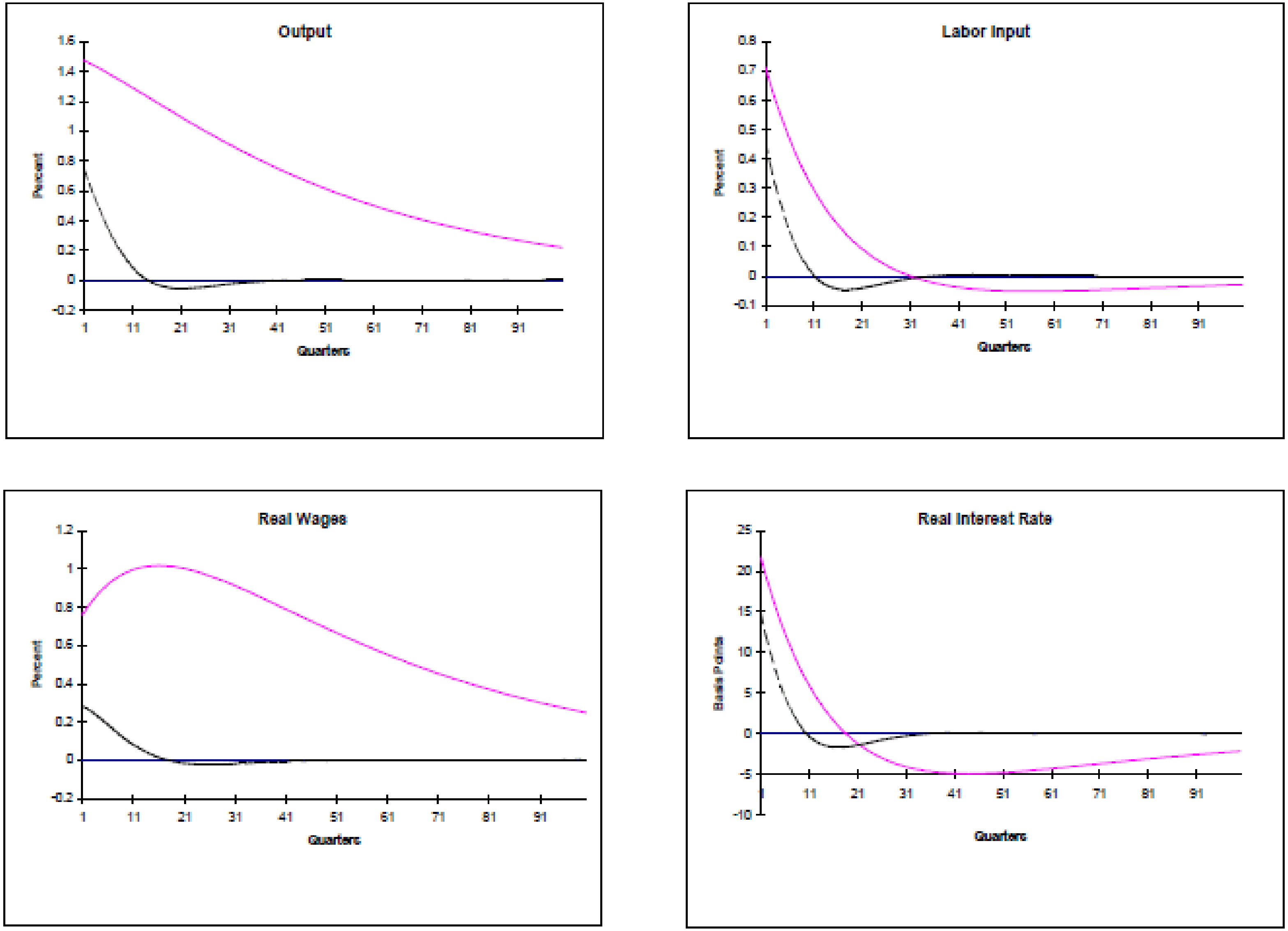

Real Interest Rate
Basis Points
Quarters

Figure 10:
Impulse Responses to a More Persistent Shock (rho=.979)



Source: King and Rebelo (1999)



Output
Percent
Quarters
Labor Input
Percent
Quarters
Real Wages
Percent
Quarters
Real Interest Rate
Basis Points
Quarters

Importància dels Resultats

- paper dels xocs tecnològics: fi de la visió dicotòmica creixement vs. fluctuacions
- les fluctuacions observades no són necessàriament ineficients: l 'equilibri del model de cicles econòmics reals correspon a la solució del problema d'un planificador social

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t)$$

subjecte a

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + A_t F(K_t, N_t) - C_t$$

Exercici: obtenir condicions d'optimalitat i comprovar equivalència amb condicions d'equilibri.

Crítiques

- cap paper per a la política monetària
- absència d'atur involuntari ($W_t = C_t^\sigma N_t^\varphi$)
- polítiques d'estabilització contraproduents
- què és un xoc tecnològic negatiu?
- limitacions del residu de Solow com a mesura del paràmetre tecnològic
- evidència sobre els efectes dels xocs tecnològics (Galí (AER, 1999), Basu et al. (AER, 2006))

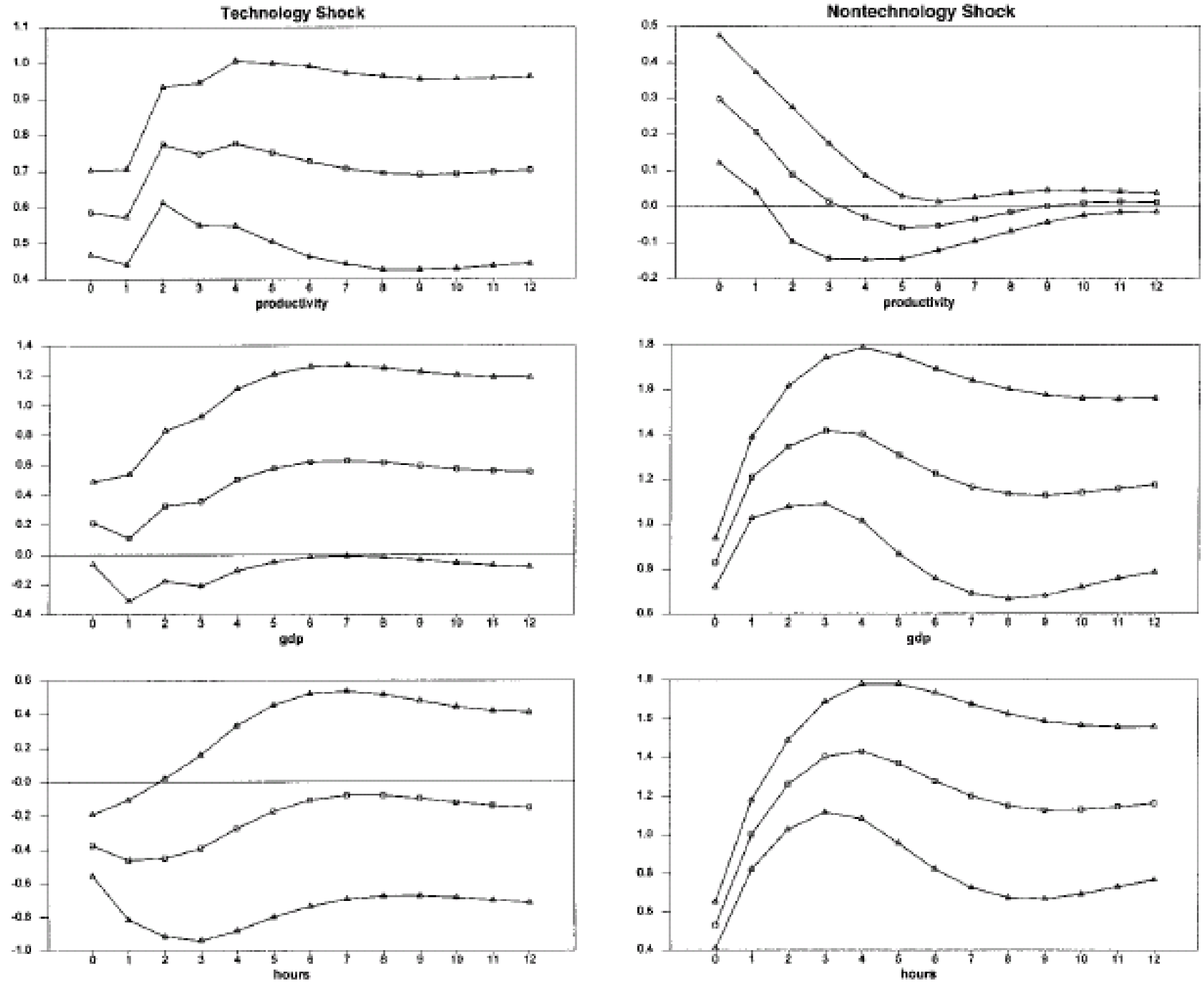
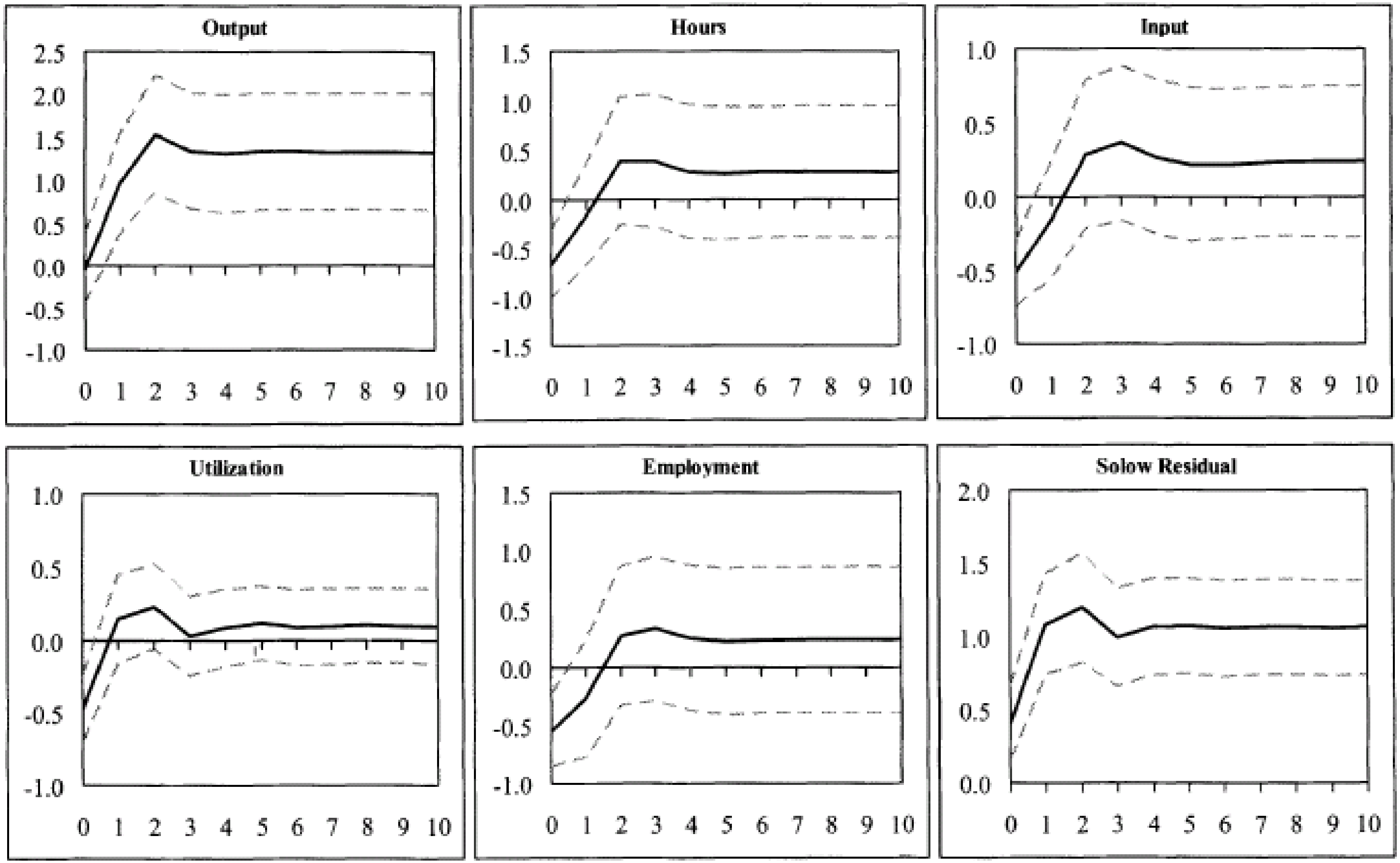


FIGURE 2. ESTIMATED IMPULSE RESPONSES FROM A BIVARIATE MODEL: U.S. DATA, FIRST-DIFFERENCED HOURS (POINT ESTIMATES AND ±2 STANDARD ERROR CONFIDENCE INTERVALS)

Source: Galí (1999)



Source: Basu, Fernald and Kimball (2006)