

**Apèndix a "Un Càlcul Aproximat de l'Impacte de la Política d'Inversió Pública Espanyola sobre el l'Estoc de Capital Públic i el PIB Catalans"**

Jordi Galí  
Setembre 2015

Evolució de l'estoc de capital públic català sota la política de referència:

$$\begin{aligned} K_t &= (1 - \delta)K_{t-1} + I_{t-1} \\ &= \sum_{j=1}^N (1 - \delta)^{j-1} I_{t-j} + (1 - \delta)^j K_{t-N} \end{aligned}$$

Política contrafactual durant els darrers  $N$  anys:

$$\bar{K}_t = \sum_{j=1}^N (1 - \delta)^{j-1} \bar{I}_{t-j} + (1 - \delta)^j K_{t-N}$$

Per tant,

$$\hat{K}_t = \sum_{j=1}^N (1 - \delta)^{j-1} \hat{I}_{t-j}$$

on  $\hat{K}_t \equiv \bar{K}_t - K_t$  i  $\hat{I}_t \equiv \bar{I}_t - I_t$ .

Supòsit:

$$\hat{I}_t = \gamma Y_t$$

Aleshores:

$$\begin{aligned} \hat{K}_t &= \frac{\gamma}{1 - \delta} \sum_{j=1}^N (1 - \delta)^j Y_{t-j} \\ &= \frac{\gamma}{1 - \delta} Y_t \sum_{j=1}^N \left( \frac{1 - \delta}{1 + g} \right)^j \\ &= \left( \frac{\gamma}{\delta + g} \right) \left( 1 - \left( \frac{1 - \delta}{1 + g} \right)^N \right) Y_t \end{aligned}$$

on  $g$  és la taxa de creixement del producte, que aproximem amb una constant.

Suposant un rati  $Y_t/K_t$  aproximadament constant tenim:

$$\frac{\hat{K}_t}{K_t} = \left( \frac{\gamma}{\delta + g} \right) \left( 1 - \left( \frac{1 - \delta}{1 + g} \right)^N \right) \left( \frac{Y}{K} \right)$$